

# Kompetenzen ermitteln

Mathematik

**Didaktisches Material** 

2025

3

# Inhaltsverzeichnis

1.	Einleitung	1
2.	Kompetenzorientierung und Bezug zu den Bildungsstandards	1
2.1	Die Bildungsstandards Mathematik	1
2.2	Kompetenzstufen im Fach Mathematik	3
3.	Die Leitidee Größen und Messen	6
3.1	Die Bildungsstandards im Bereich Größen und Messen	6
3.2	Hinweise für den Unterricht	8
4.	Die Leitidee Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit	.11
4.1	Worum geht es in diesem Inhaltsbereich?	. 11
4.2	Daten erfassen und darstellen	. 11
4.3	Häufigkeiten	. 12
4.4	Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen in Zufallsexperimenten vergleichen	. 14
<b>5</b> .	Weitere Anregungen für den Unterricht	. 16
6.	Worum geht es im Inhaltsbereich Größen und Messen allgemein?	. 18
6.1 A	ufgaben zu Zeit	. 20
Aufga	be 11 in Testheft B (II)	. 20
Aufga	be 15 in Testheft B (II)	. 20
Aufga	be 4 in Testheft C (II)	. 21
Aufga	be 1 in Testheft C (II)	. 21
Aufga	be 1 in Testheft B (II)	. 22
6.1.1.	Aufgabenbezogener Kommentar	. 23
6.1.2	Mögliche Schwierigkeiten	. 24
6.1.3	Anregungen für den Unterricht	. 27
6.2 A	ufgaben zu Hohlmaßen	. 34
Aufga	be 12 in Testheft B (II)	. 34
Aufga	be 10 in Testheft C (II)	. 35
6.2.1	Aufgabenbezogener Kommentar	. 35
6.2.2	Mögliche Schwierigkeiten	. 36
6.2.3	Anregungen für den Unterricht	. 37
6.3 A	ufgaben zu Geld	. 39
Aufga	be 9 in Testheft C (II)	. 39
Aufga	be 2 in Testheft B (II)	. 39
Aufga	be 6 in Testheft C (II)	. 40

Aufgabe 2 in Testheft C (II)	40
Aufgabe 6 in Testheft B (II)	41
Aufgabe 12 in Testheft C (II)	41
6.3.1 Aufgabenbezogener Kommentar	42
6.3.2 Mögliche Schwierigkeiten	43
6.3.3. Anregungen für den Unterricht	46
6.4 Aufgaben zu Längen	50
Aufgabe 14 in Testheft C (II)	50
Aufgabe 14 in Testheft B (II)	51
Aufgabe 4 in Testheft B (II)	51
Aufgabe 9 in Testheft B (II)	52
Aufgabe 7 in Testheft B (II)	53
Aufgabe 5 in Testheft C (II)	53
Aufgabe 11 in Testheft C (II)	54
Aufgabe 7 in Testheft C (II)	55
6.4.1 Aufgabenbezogener Kommentar	55
6.4.2 Mögliche Schwierigkeiten	57
6.4.3 Anregungen für den Unterricht	60
6.5 Aufgaben zu Gewicht und Einheiten	64
Aufgabe 5 in Testheft B (II)	64
Aufgabe 3 in Testheft B (II)	64
Aufgabe 3 in Testheft C (II)	65
Aufgabe 10 in Testheft B (II)	66
Aufgabe 13 in Testheft C (II)	67
Aufgabe 8 in Testheft B (II)	67
Aufgabe 8 in Testheft C (II)	68
Aufgabe 13 in Testheft B (II)	68
6.5.1 Aufgabenbezogener Kommentar	69
6.5.2 Mögliche Schwierigkeiten	71
6.5.3 Anregungen für den Unterricht	74
7. Worum geht es im Inhaltsbereich Daten, Häufigkeit und Wa	
7.1 Aufgaben zu Daten	
Aufgabe 2 in Testheft A1	
Aufgabe 6 in Testheft A1	ŏ I

Aufgabe 9 in Testheft A1	82
Aufgabe 10 in Testheft A1	83
Aufgabe 12 in Testheft A1	84
Aufgabe 1 in Testheft B1	85
Aufgabe 4 in Testheft B1	86
Aufgabe 6 in Testheft B1	88
Aufgabe 7 in Testheft B1	89
Aufgabe 9 in Testheft B1	90
7.1.1 Aufgabenbezogener Kommentar	91
7.1.2 Mögliche Schwierigkeiten	93
7.1.3 Anregungen für den Unterricht	100
7.2 Aufgaben zu Wahrscheinlichkeit	108
Aufgabe 1 in Testheft A1	108
Aufgabe 3 in Testheft A1	108
Aufgabe 5 in Testheft A1	109
Aufgabe 7 in Testheft A1	110
Aufgabe 8 in Testheft A1	110
Aufgabe 2 in Testheft B1	111
Aufgabe 3 in Testheft B1	112
Aufgabe 8 in Testheft B1	113
Aufgabe 10 in Testheft B1	114
7.2.1 Aufgabenbezogener Kommentar	114
7.2.2 Mögliche Schwierigkeiten	117
7.2.3 Anregungen für den Unterricht	120
7.3 Aufgaben zu Kombinatorik	129
Aufgabe 11 in Testheft A1	129
Aufgabe 11 in Testheft B1	129
Aufgabe 4 in Testheft A1	130
Aufgabe 5 in Testheft B1	130
7.3.1 Aufgabenbezogener Kommentar	131
7.3.2 Mögliche Schwierigkeiten	132
7.3.3 Anregungen für den Unterricht	134
8. Literaturverzeichnis	140
9. Abbildungsverzeichnis	141
10. Webseiten	141

 . 142

#### Allgemeine Hinweise:

Autor\*innen der fachdidaktischen Orientierungen sind Prof. Dr. Hedwig Gasteiger, Prof. Dr. Kristina Reiss und Dr. Heino Reimers.

Die KMK-Bildungsstandards in der Fassung von 2004 wurden überarbeitet und in der Fassung im Jahr 2022 veröffentlicht. Die Testaufgaben in den Vergleichsarbeiten aus dem Jahr 2024 beziehen sich noch auf die Bildungsstandards von 2004. Weitere Informationen finden Sie hier: https://www.igb.hu-berlin.de/bista/WeiterentwicklungBiSta/

#### Haftungsausschluss:

Trotz sorgfältiger inhaltlicher Kontrolle übernehmen wir keine Haftung für Richtigkeit, Vollständigkeit und Aktualität der Inhalte externer Links. Für den Inhalt der verlinkten Seiten sind ausschließlich deren Betreiber verantwortlich.

#### Lizenz:

Die dargestellten Inhalte, Abbildungen und Grafiken sind unter der folgenden Angabe frei nutzbar: Copyright Grafik: IQB e. V., Lizenz: Creative Commons (CC BY). Volltext unter: https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/legalcode.de

Wussten Sie, dass Sie viele VERA-Aufgaben und Didaktische Materialien auch online finden können?

www.iqb.hu-berlin.de/vera/aufgaben/

## 1. Einleitung

Die vorliegenden Didaktischen Handreichungen enthalten praxistaugliche Kommentierungen von - KERMIT-Testaufgaben und Vorschläge für die Weiterarbeit mit den Ergebnissen. So sollen Erkenntnisse aus den Testungen möglichst einfach für die Unterrichtsentwicklung nutzbar werden.

Bitte beachten Sie bei der Arbeit mit dem Material, dass sich die vorgestellten Aufgaben in verschiedenen Testheften befunden haben. Das B-Heft wurde in Schulen mit einem Sozialindex zwischen 1 und 3, das C-Heft in Schulen mit einem Sozialindex zwischen 4 und 6 bearbeitet. Die Aufgaben aus den Testheften A1 und B1 wurden in Hamburg nicht eingesetzt, sind aber trotzdem in dieser Didaktischen Handreichung enthalten, um Ihnen auch vertiefte Informationen zu Aufgaben aus der Leitidee Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit anzubieten.

Im Folgenden werden wesentliche Komponenten der Bildungsstandards Mathematik für den Primarbereich sowie die hierzu empirisch konstruierten Kompetenzstufen kurz dargestellt. Ferner werden die mathematischen Kompetenzbereiche Größen und Messen sowie Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit erläutert und an konkreten Aufgabenbeispielen illustriert. Schließlich werden einige allgemeine Überlegungen zu einem Mathematikunterricht skizziert, der gute Voraussetzungen für das Erreichen der durch die Bildungsstandards vorgegebenen Ziele bietet. Dabei wird auf die beiden Domänen Größen und Messen sowie Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit kurz eingegangen. Detailliertere unterrichtliche Anregungen sowie spezifische Aufgaben sind in den aufgabenspezifischen didaktischen Kommentaren zu finden.

# 2. Kompetenzorientierung und Bezug zu den Bildungsstandards

#### 2.1 Die Bildungsstandards Mathematik

Die Bildungsstandards Mathematik für den Primarbereich beschreiben die fachbezogenen Kompetenzen, die Schüler\*innen bis zum Ende der vierten Jahrgangsstufe erworben haben sollen. Kompetenzen sind kognitive Fähigkeiten und Fertigkeiten, die in aktiver Auseinandersetzung mit substanziellen Fachinhalten erworben werden können. Dabei wird zwischen allgemeinen und inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen unterschieden.

Das wesentliche Ziel der Bildungsstandards ist es, die Qualität des Unterrichts zu steigern und dadurch die Leistungen und fachbezogenen Einstellungen aller Schüler\*innen zu verbessern. Entsprechend sollen die Bildungsstandards eine Orientierung über verbindliche Zielerwartungen bieten. Verbunden mit den Bildungsstandards in der Primarstufe sind damit auch Möglichkeiten zur Überprüfung, inwieweit diese Ziele am Ende der Klassenstufe 4 erreicht worden sind.

Die *allgemeinen mathematischen Kompetenzen* umfassen fachliche Fähigkeiten, die in allen Inhaltsbereichen der Mathematik bedeutsam sind. Im Einzelnen sind dies:

- Technische Grundfertigkeiten,<sup>1</sup>
- Problemlösen,
- Kommunizieren,
- Argumentieren,
- Darstellen,
- Modellieren.

Die für die Primarstufe beschriebenen inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen beziehen sich auf fünf mathematische Leitideen:

- Zahlen und Operationen,
- Raum und Form,
- Muster und Strukturen.
- Größen und Messen,
- Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit.

Diese Leitideen sollen den Schüler\*innen helfen, zentrale mathematische Konzepte kennenzulernen und zu verstehen sowie den vernetzten Charakter der Mathematik zu erkunden. Zu den Leitideen werden inhaltsbezogene Kompetenzen unterschiedlichen Abstraktionsgrades formuliert (Kultusministerkonferenz, 2005).

-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> In den "Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich" der Kultusministerkonferenz vom 15.10.2004 (<a href="https://www.iqb.hu-berlin.de/bista/subject">https://www.iqb.hu-berlin.de/bista/subject</a>) ist die allgemeine mathematische Kompetenz "Technische Grundfertigkeiten" nicht enthalten. Im Zuge der Entwicklung von Kompetenzstufenmodellen in Mathematik für den Primarbereich wurden die allgemeinen mathematischen Kompetenzen durch die sechste Dimension der "Technischen Grundfertigkeiten" ergänzt, weil diese Dimension in den anderen allgemeinen mathematischen Kompetenzen nicht hinreichend abgedeckt schien (Winkelmann & Robitzsch, 2009). Ferner hat sich gezeigt, dass diese Dimension vor allem zur differenzierten Beschreibung der Aufgaben im unteren Leistungsbereich hilfreich ist. Die Ergänzung findet sich auf Seite 5 des "Kompetenzstufenmodells zu den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4)" in der Fassung vom 11.02.2013 unter <a href="https://www.igb.hu-berlin.de/bista/ksm">https://www.igb.hu-berlin.de/bista/ksm</a>.

#### 2.2 Kompetenzstufen im Fach Mathematik

Die oben kurz dargestellte Konzeption der Bildungsstandards Mathematik bildet einen theoretischen Rahmen zur Ausrichtung von Mathematikunterricht. Im Sinne der Output-Orientierung ist von Interesse, was Schüler\*innen verschiedener Altersstufen und verschiedener Bildungsgänge hinsichtlich der allgemeinen und inhaltsbezogenen Kompetenzen tatsächlich können.

Auf der Grundlage empirischer Daten lassen sich sowohl Aufgaben – nach Schwierigkeit –, als auch die Schüler\*innen – nach Leistungsfähigkeit – verschiedenen Kompetenzstufen zuordnen, was allen für die Unterrichtskonzeption Verantwortlichen hilfreiche Orientierungen geben kann.

Mit Hilfe entsprechender Daten wurde ein Kompetenzstufenmodell erarbeitet, das fünf hierarchisch angeordnete Kompetenzstufen enthält, die bei der Beschreibung von mathematischen Basiskompetenzen beginnen und bis zur Identifizierung eines elaborierten und souveränen Umgangs mit Mathematik in der Primarstufe gehen (Reiss, Roppelt, Haag, Pant & Köller, 2012; Reiss & Winkelmann, 2008; 2009). Das Modell umfasst alle in den Bildungsstandards ausgewiesenen mathematischen Leitideen. Es ermöglicht auf breiter Basis die Interpretation der mathematischen Kompetenz von Schüler\*innen am Ende der vierten Jahrgangsstufe.

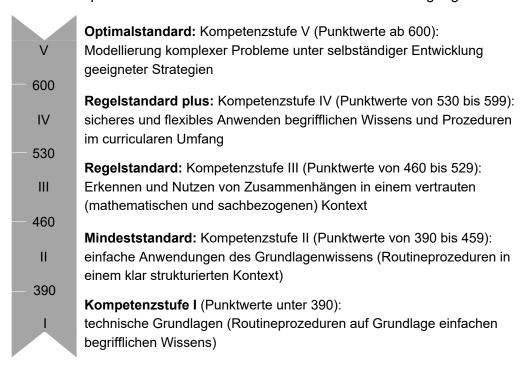


Abbildung 1. Kompetenzstufenmodell für das Fach Mathematik in der Grundschule. IQB, 2013, S. 20.

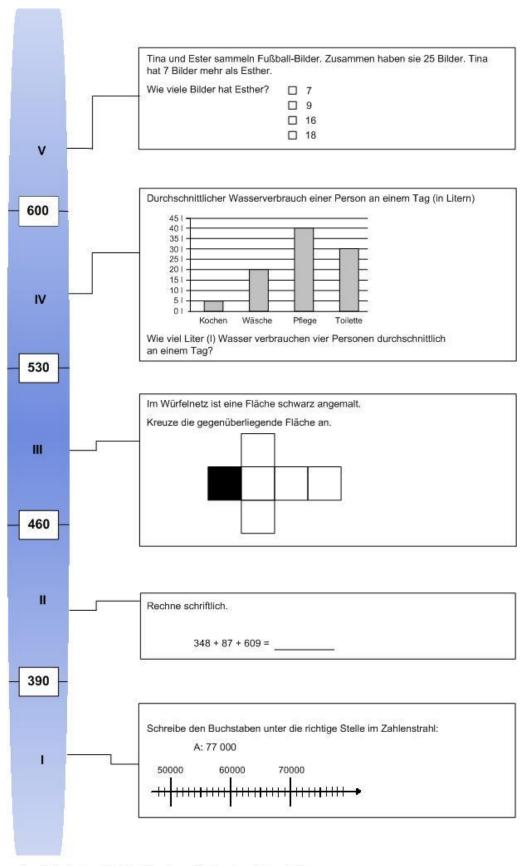
Mindeststandard. Für den Mindeststandard wurde das obere Ende von Kompetenzstufe I als Schwellenwert gewählt. Alle Aufgaben mit Kennwerten unterhalb dieses Schwellenwerts stellen nur solche Anforderungen, deren einigermaßen sichere Erfüllung von allen Schüler\*innen des jeweiligen Bildungsgangs erwartet werden muss. Deshalb spricht man hier vom Mindeststandard des Bildungsgangs. Schüler\*innen, die zum Ende der vierten Jahrgangsstufe die Kompetenzstufe II nicht erreichen und somit diesen Mindeststandard von 390 Punkten nicht erfüllen, haben einen besonderen Förderbedarf.

**Regelstandard.** Der *Regelstandard*, den die Schüler\*innen zum Ende der vierten Jahrgangsstufe zumindest *im Durchschnitt* erfüllen sollen, ist höher angesetzt. Schüler\*innen, die mindestens 460 Punkte und damit die Kompetenzstufe III oder eine höhere erreicht haben, erfüllen die in den

Bildungsstandards beschriebenen Erwartungen und erreichen den von der Kultusministerkonferenz (KMK) festgelegten Regelstandard.

Die oberste Stufe des hier vorgestellten Kompetenzmodells ist nach oben offen, d. h. es sind prinzipiell noch schwierigere Items und noch höhere Leistungen möglich, als in der zugrunde liegenden Erhebung vorkamen. Dementsprechend ist die niedrigste Stufe nach unten offen, d. h. es sind noch leichtere Items denkbar, die auch von sehr schwachen Schüler\*innen gelöst werden können.

In der folgenden Abbildung sind Beispielaufgaben unterschiedlicher Schwierigkeit den einzelnen Stufen zugeordnet:



Aus Platzgründen sind die Aufgaben in modifiziertem Layout dargestellt.

Abbildung 2. Globales Kompetenzstufenmodell und illustrierende Aufgaben, siehe S. 14 des Kompetenzstufenmodells in der Fassung vom 11.02.2013 unter <a href="https://www.iqb.hu-berlin.de/bista/ksm">https://www.iqb.hu-berlin.de/bista/ksm</a>

#### 3. Die Leitidee Größen und Messen

Der inhaltsbezogene Kompetenzbereich Größen und Messen zeichnet sich im Besonderen durch seinen unmittelbaren Bezug zur Lebenswelt aus. Er ist damit unerlässlich für den Aufbau mathematischer Grundbildung und ermöglicht es den Kindern, kritisch und reflektiert mit ihrer Umwelt umzugehen. Neben diesem anwendungsbezogenen Aspekt stellt diese Domäne aber auch ein wichtiges Bindeglied zwischen Arithmetik und Geometrie dar, wobei insbesondere der Unterscheidung zwischen Maßzahlen und Rechenzahlen große Bedeutung zukommt. Explizit sollen folgende Kompetenzen in diesem Bereich aufgebaut werden:

- Größenvorstellungen besitzen
- mit Größen in Sachsituationen umgehen können

#### 3.1 Die Bildungsstandards im Bereich Größen und Messen

#### Größenvorstellungen besitzen

Tragfähige Vorstellungen von Größen basieren auf der Kenntnis der Standardeinheiten der verschiedenen Größen und deren Repräsentanten. Über Stützpunktvorstellungen (z. B. ein erwachsener Mann ist etwa zwei Meter groß, eine Schulstunde dauert 45 Minuten, ...) können Größen geschätzt werden, indem sie direkt gedanklich verglichen werden oder indem gedanklich mit einem Vergleichsmaß gemessen wird.

Am Beispiel der Aufgabe "Maßeinheiten einsetzen" (**Fehler! Verweisquelle konnte nicht gefunden w erden.**) werden diese relevanten Aspekte des Kompetenzbereichs "Größenvorstellungen besitzen" deutlich.

Zur Bearbeitung der Aufgabe müssen die Schülerinnen und Schüler die *Standardeinheiten* des Bereichs *Längen* kennen und den jeweiligen Maßeinheiten *Repräsentanten* zuordnen.

Setze die richtige Maßeinheit ein.	mm	cm	m	km	m
Eine Tür ist ungefähr 2 hoc	h.				
Ein Floh ist ungefähr 3 lang	<b>5.</b>				
Ein Autobus ist ungefähr 14	_ lang.				
Von Hamburg nach München sind o	es ungefä	hr 800			
Ein Filzstift ist ungefähr 17	lang.				

Abbildung 3: Aufgabe "Maßeinheiten einsetzen", KERMIT-3 Mathematik 2013

Für die Grundschule relevante Größenbereiche sind neben Längen die Größenbereiche Geldwerte, Zeitspannen, Gewichte und Rauminhalte/Hohlmaße. Es sollen jeweils verschiedene Größen verglichen, gemessen und geschätzt sowie Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen dargestellt bzw. umgewandelt werden. Dabei verwenden die Schülerinnen und Schüler auch einfache Bruchzahlen, die im Alltag gebräuchlich sind.

#### Mit Größen in Sachsituationen umgehen können

Ein zweiter Aspekt im Bereich *Größen und Messen* umfasst den Umgang mit Größen in Sachsituationen. Dabei soll der Mathematikunterricht die Kinder unterstützen, Fähigkeiten bezüglich des Messens und Schätzens von Größen aufzubauen und zu erweitern, mit Größen zu rechnen, Sachaufgaben mit Größen zu lösen und Messinstrumente entsprechend zu klassifizieren.

Wie die Aufgabe "Fahrplan Schulbus" (Abbildung 4) zeigt, umfasst die Kompetenz "mit Größen in Sachsituationen umgehen" nicht nur das Lösen von Sachaufgaben mit Größen, sondern auch den geeigneten Umgang mit Einheiten. Auch der geeignete Umgang mit Messgeräten ist eine wichtige Kompetenz.

Fahrplan - Schulbus				
Haltestellen	,	Abfahrtszeit		
Schulstraße	11.15	12.00	13.20	
Kleine Straße	11.31	12.16	13.36	
Neudorf	11.45	12.30	13.50	
Siedlung	12.02	12.47	14.04	
Sportplatz	12.17	13.02	14.22	
Gartenallee	12.25	13.10	14.30	



Du bist um 11.50 Uhr an der Haltestelle "Schulstraße"

Der nächste Bus kommt pünktlich. In wie vielen Minuten fährt er ab?

In \_\_\_\_\_ Minuten.

Abbildung 4: Aufgabe "Fahrplan Schulbus", KERMIT-3 Mathematik 2013

Die Schülerinnen und Schüler verfügen in der Regel bereits über zahlreiche *Erfahrungen in Bezug auf Größen*. Diese sollen beim Lösen von Sachproblemen herangezogen werden. Gegebenenfalls wird mit *Näherungswerten gerechnet* und *Größen* werden *begründet geschätzt*. Die Aufgabe "Weitsprung" (Abbildung 5) kann beispielhaft für die Anwendung von Bezugsgrößen aus der Erfahrungswelt der Kinder stehen. In diesem Fall müssen die Kinder Größenvorstellungen aus dem Bereich Längen zur Begründung verwenden.

Eric hat a	Eric hat aufgeschrieben, wie weit die Kinder beim Sport gesprungen sind.		
Welche Au	issage ka	nn nicht stimmen? Kreuze an.	
	Simon:	2 m 90 cm	
	Ellen:	3 m 10 cm	
	Lili:	20 m 70 cm	
	Max:	3 m 20 cm	
	Jan:	3 m	
Begründe	deine Wa	ıhl.	

Abbildung 5: Aufgabe "Weitsprung", KERMIT-3 Mathematik 2013

#### 3.2 Hinweise für den Unterricht

Für die Erarbeitung der Größen werden verschiedene Prinzipien und Aktivitäten vorgeschlagen, die als Orientierung und didaktisches Hintergrundwissen dienen können (vgl. Radatz & Schipper, 1998).

Im Folgenden werden diese am Beispiel Längen dargestellt:

#### Erste Erfahrungen in Sach- und Spielsituationen sammeln

- Themen aus der Lebenswelt der Kinder aufgreifen (z. B. Sportfest, Körpergröße, ...)

#### Direkter Vergleich von Repräsentanten einer Größe

- direktes Nebeneinanderstellen oder -legen mit Angabe der Größenrelation (z. B. größer/kleiner, länger/ kürzer, dicker/dünner, breiter/schmaler ...)
- Repräsentanten (zu messende Gegenstände) müssen dazu zur gleichen Zeit am gleichen Ort sein

#### Indirekter Vergleich mit nicht standardisierten Maßeinheiten

- willkürliche Maßeinheiten: Körpermaße (wie Fingerbreite, Fußlänge, Handspanne ...), Stäbe, Bänder ...
- Stufe des ersten Messens: "Maßeinheit" wird wiederholt ohne Lücke und Überschneidung angelegt und das Enthaltensein gezählt (z. B. Tischbreite: 8 Handspannen – 8 ist die Maßzahl, Handspannen die Maßeinheit)
- Die Notwendigkeit standardisierter Einheiten wird erkannt, da bei nicht standardisierten Maßeinheiten unterschiedliche Ergebnisse entstehen.

#### Indirekter Vergleich mit Hilfe standardisierter Maßeinheiten

Erarbeitung der standardisierten Einheiten (cm, m, mm, km)

- Die Beziehungen zwischen standardisierten Einheiten (z. B. m, cm) sind mathematisch definiert im Gegensatz zu den Beziehungen zwischen nicht standardisierten Maßeinheiten wie Handspanne oder Fuß.
- Vergleiche sind wiederholbar und führen zu gleichen Ergebnissen, z.B. Tischbreite gemessen: heute, morgen, an einem anderen Ort: 100 cm

#### Messen mit technischen Hilfsmitteln

- Erarbeitung des Umgangs mit verschiedenen Messinstrumenten: Anlegen des Lineals am Nullpunkt, Nutzen der Skalierung, Thematisierung verschiedener Skalierungen
- Erkennen der Zweckmäßigkeit eines Messgerätes: Die Auswahl des Messgerätes ist vom Messobjekt abhängig.
- vielfältige Messhandlungen und -erfahrungen ermöglichen

#### Entwickeln von Größenvorstellungen

- Aufbau von Stützpunktvorstellungen durch Messerfahrungen: z. B. 1 cm etwa Breite eines Fingers, 1 m – Höhe der Tafel
- Übungen zum Schätzen

#### Verfeinern und Vergröbern der Maßeinheiten

- Notwendigkeit von feineren und gröberen Einheiten
- Erarbeiten weiterer Einheiten
- Verfeinern:  $m \rightarrow cm$ ,  $cm \rightarrow mm$  / Vergröbern:  $mm \rightarrow cm$ ,  $cm \rightarrow m$ ,  $m \rightarrow km$

#### Rechnen

- Rechnen in einer Einheit und mit zusammengesetzten Einheiten
- Kenntnis von Umrechnungszahlen
- Umrechnen in verschiedene Einheiten

Bei einigen Größenbereichen lassen sich nicht alle dieser hier geschilderten Prinzipien und Aktivitäten gleichermaßen sinnvoll umsetzen (beispielsweise der direkte oder indirekte Vergleich im Größenbereich Geldwerte). Dies muss jeweils kritisch reflektiert werden.

Ein Schwerpunkt bei der Arbeit mit allen Größen ist die Entwicklung von Größenvorstellungen. Sie sind grundlegend beim Schätzen und auch bei der Bewertung von errechneten Ergebnissen in Sachkontexten. Größenvorstellungen entwickeln sich vor allem durch handlungsorientiertes Arbeiten. Es gilt, vielfältige Gelegenheiten zum Vergleichen, Messen und Schätzen zu schaffen und diese regelmäßig im Unterricht immer wieder aufzugreifen.

#### Anmerkungen zum Schätzen

Schätzen ist im Zusammenhang mit Größen eine zentrale Fähigkeit mit großem Realitätsbezug.

Sinnvoll sind Aufgaben, bei denen das Schätzen nötig ist, weil

- keine genauen Angaben vorliegen (z. B. Länge der Autoschlange im Stau)
- ein Schätzwert schnell ermittelt ist (z. B. Gewicht Schulranzen)
- der Schätzwert ausreicht (z. B. Einkauf für den Kindergeburtstag)
- kein Messinstrument vorhanden ist (z. B. Höhe eines Baumes im Wald)
- das Ereignis in der Zukunft liegt (z. B. Einnahmen zum Schulfest)

Kinder erfahren so, dass Schätzen kein Raten ist, sondern, dass eine ungefähre Größenangabe durch gedankliches Vergleichen mit individuell bekannten Größen ermittelt werden soll.

Strategien zum Schätzen sind der **direkte Vergleich** (Man stellt sich einen bekannten Repräsentanten vor, vergleicht gedanklich und ermittelt ebenfalls gedanklich den Unterschied, z. B. Max ist so groß wie die Tür.) oder der **indirekte Vergleich** (Man misst gedanklich, z. B. Das Haus ist so hoch wie 5 Männer.).

Schätzwerte und die Strategien, die zu den Schätzwerten führen, sollten im Unterricht besprochen und begründet werden. Eine Thematisierung von passenden aber auch ungenauen Ergebnissen würdigt einerseits die Leistung der Schülerinnen und Schüler und hilft den Kindern andererseits, die Anwendung der Stützpunktvorstellung zu überprüfen und gegebenenfalls anzupassen.

#### 4. Die Leitidee Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit

#### 4.1 Worum geht es in diesem Inhaltsbereich?

Der Kompetenzbereich Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit hat höchste praktische Relevanz und eröffnet somit zahlreiche anwendungsbezogene Übungsfelder. In den Bildungsstandards umfasst die Leitidee Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit drei wesentliche zusammenhängende Aspekte mit zahlreichen mathematischen Bezügen: Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeit. In der kurzen Darstellung der Bildungsstandards werden davon die folgenden Kompetenzen explizit genannt:

- Daten erfassen und darstellen
- Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen in Zufallsexperimenten vergleichen<sup>2</sup>

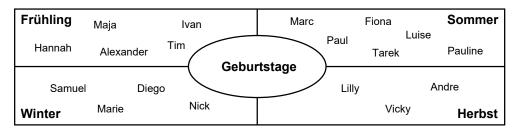
Demgegenüber sind Kompetenzen im Bereich Häufigkeiten eher implizit vorhanden. Beim Entwerfen von Aufgaben müssen allerdings alle Aspekte in den Blick genommen werden. Daher werden an dieser Stelle die unterschiedlichen Herausforderungen für alle drei Bereiche anhand entsprechender Beispiele aus KERMIT-3 erläutert.

#### 4.2 Daten erfassen und darstellen

Wie die Aufgabe "Geburtstag" (Abbildung 6) zeigt, umfasst der Bereich Daten zum einen das Darstellen von Daten in Schaubildern, Diagrammen und Tabellen. Dies kann vor allem im Unterricht besonders auf der Basis von Daten geschehen, die selbst gesammelt und strukturiert wurden. Zum anderen sollen aber auch gezielt Daten aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen entnommen werden. So ist es in der dargestellten Aufgabe erforderlich, der Abbildung die entsprechenden Anzahlen zu entnehmen, um diese im weiteren Verlauf in das Diagramm einzeichnen zu können.

 $<sup>^2 \</sup> siehe \ Kultusministerkonferenz \ 2005, \ S. \ 11 \ unter \ \underline{https://www.iqb.hu-berlin.de/bista/subject}.$ 

Die Kinder haben eine Umfrage gemacht.



Zeichne die Ergebnisse für Frühling und Sommer in das Diagramm ein.

#### Geburtstage der Kinder

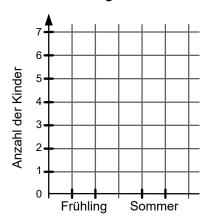
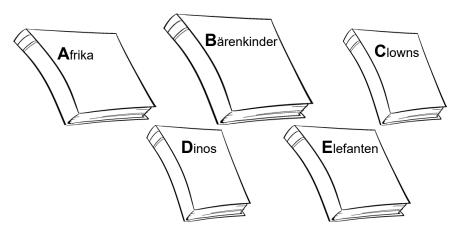


Abbildung 6: Aufgabe "Geburtstag", KERMIT-3 Mathematik 2019

Der Umgang mit Daten stellt einen wichtigen Aspekt für eine Propädeutik der Wahrscheinlichkeitsrechnung dar. Außerdem ist er geeignet, verschiedene Repräsentationsebenen anzusprechen und damit auch den Ausbau der allgemeinen Kompetenz "Mathematische Darstellungen verwenden" zu stärken.

#### 4.3 Häufigkeiten

Ein weiterer Aspekt im Hinblick auf den Umgang mit Wahrscheinlichkeiten ist das Betrachten von Möglichkeiten (etwa für das Ergebnis eines Zufallsexperiments). In der Überschrift der Leitidee wird dabei der Begriff "Häufigkeit" gewählt. Nun ist dieser Begriff eng mit kombinatorischen Überlegungen verbunden. Gerade Aufgaben zur Kombinatorik, wie die Aufgabe "Bücher" (Abbildung 7), ermöglichen ein systematisches Zählen oder strategisches Ermitteln der Anzahl von Kombinationsmöglichkeiten und bereitet sinnvolles Argumentieren im Bereich Wahrscheinlichkeit vor. Um dies auch in der Schulpraxis besser zu verankern, werden Aufgaben zur Kombinatorik unter dieser Leitidee in die Vergleichsarbeiten integriert. Davon ist unbenommen, dass entsprechend der Systematik der Bildungsstandards Aufgaben dieses Typs ggf. auch dem Inhaltsbereich Zahlen und Operationen zugeordnet werden können.



Leo darf sich zwei Bücher ausleihen.

Schreibe alle Möglichkeiten auf. Nutze die Anfangsbuchstaben.

<u>AB,</u>

Abbildung 7: Aufgabe "Bücher", KERMIT-3 Mathematik 2019

#### 4.4 Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen in Zufallsexperimenten vergleichen

Den inhaltlichen Schwerpunkt Wahrscheinlichkeit im engeren Sinne umzusetzen, gestaltet sich etwas schwieriger. So gibt es hier wenige Aufgabentypen, die bereits für die Grundschule geeignet sind. Es darf nicht vergessen werden, dass wichtige Grundlagen einer systematischen Behandlung der Wahrscheinlichkeitsrechnung, wie etwa die Bruchrechnung, in der Grundschule noch nicht behandelt sind. Es darf auch nicht vergessen werden, dass gerade in diesem Inhaltsbereich Intuition und mathematische Theorie nicht immer konform gehen. So wird etwa der Begriff "wahrscheinlich" umgangssprachlich eher mit "guten Chancen" verbunden, während der Begriff "unwahrscheinlich" auf eher "schlechte Chancen" hindeutet. In der mathematischen Umsetzung ist nur der Begriff der "Wahrscheinlichkeit" verankert, die durch einen Wert zwischen 0 und 1 ausgedrückt wird. Dabei bezeichnet "0" ein unmögliches Ereignis und "1" ein sicheres Ereignis. Bei einer Wahrscheinlichkeit von 1/6 tritt ein Ereignis auf lange Sicht in einem von sechs Fällen ein, so wie es etwa beim Würfeln einer "5" der Fall ist. Bei einer Wahrscheinlichkeit von 1/2 ist ungefähr die Hälfte der Fälle "günstig", was beispielsweise für den Münzwurf oder das Würfeln einer geraden Zahl gilt. Nun aber jeweils klar zu sagen, ob ein bestimmter Wert zwischen 0 und 1 den umgangssprachlichen Begriffen "wahrscheinlich" bzw. "unwahrscheinlich" zuzuordnen ist, wäre wenig sinnvoll. Entsprechend sind daher Begriffe wie "wahrscheinlich" oder "unwahrscheinlich" für KERMIT nicht geeignet, könnten sie doch eher verwirrend als klärend sein – allenfalls in Vergleichen ist es sinnvoll, davon zu sprechen, dass ein Ereignis wahrscheinlicher ist als ein anderes oder weniger wahrscheinlich. Wie die Aufgabe "Zufallsexperimente" (Abbildung 8) zeigt, bieten sich als Grundbegriffe "möglich, aber nicht sicher", "sicher" und "unmöglich" an.

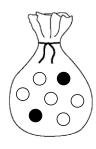
Kreuze an.

Eine 5 als Ergebnis ist ...

	sicher	möglich, aber nicht sicher	unmöglich
(S)			
4 1 2 3 3 2 1 4			

Abbildung 8: Aufgabe "Zufallsexperimente", KERMIT-3 Mathematik 2019

Neben der Kenntnis der Grundbegriffe sollen die Schülerinnen und Schüler im Bereich der Wahrscheinlichkeit auch Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten einschätzen. Die Aufgabe "Kugeln" (Abbildung 9) zeigt, wie dies umgesetzt werden kann.



Kira sagt: "Es ist wahrscheinlid Kugel."	cher eine weiß	e Kugel zu ziehen als eine schwarze	
Hat Kira recht? Kreuze an.	☐ ja	nein	
Begründe.			
Ø.			

Abbildung 9: Aufgabe "Kugeln", KERMIT-3 Mathematik 2019

Aufgrund der Komplexität der Aufgaben ist es sicher sinnvoll, diese, wenn möglich, in einen kindgerechten Kontext einzubetten, welcher der Lebenswelt der Kinder entstammt. Hierzu zählen besonders Würfelspiele oder der Münzwurf.

# 5. Weitere Anregungen für den Unterricht

Aufgaben wie die in KERMIT-3 können nicht nur zur Feststellung des Leistungsstandes, sondern auch zur unterrichtlichen Förderung von Kompetenzen dienen. Dabei sei betont, dass nicht die Aufgaben per se bei den Schülerinnen und Schülern zur Ausformung, Festigung und Weiterentwicklung der zu ihrer Lösung benötigten Kompetenzen führen, sondern nur eine den Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler angepasste Auswahl kompetenzorientierter Aufgaben und deren adäquate Behandlung im Unterricht. Die Lernenden müssen – so belegen viele empirische Untersuchungen – ausreichend Gelegenheiten haben, die entsprechenden kompetenzbezogenen Tätigkeiten (wie Argumentieren oder Modellieren) selbst zu vollziehen, mehr noch, über diese Tätigkeiten zu reflektieren, Lösungswege zu begründen, verschiedene Wege zu vergleichen, Ergebnisse kritisch zu diskutieren und vieles andere mehr. Die Ergebnisse nationaler und internationaler Leistungsvergleiche weisen darauf hin, dass im Mathematikunterricht noch bewusster und noch konsequenter als bislang die umfassende Kompetenzentwicklung der Schülerinnen und Schüler im Mittelpunkt der Arbeit stehen sollte. In einem so verstandenen "kompetenzorientierten Unterricht" achtet die Lehrkraft noch mehr als bisher auf die individuellen Kompetenzstände der Kinder und macht Aufgabenangebote für verschiedene Leistungsniveaus.

So ist insbesondere auch im Bereich *Größen und Messen* mit unterschiedlichen Vorerfahrungen der Schülerinnen und Schüler zu rechnen. Tätigkeiten im Unterricht knüpfen an Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler an. Insbesondere das Verständnis von Messen und Maßen und die Erarbeitung der verschiedenen Größenbereiche (Geldwerte, Längen, Zeitspannen, Gewichte und Rauminhalte) stehen im Vordergrund. Ein Schwerpunkt bei der Arbeit mit Größen ist die Entwicklung von Größenvorstellungen. Sie sind grundlegend beim Schätzen und auch bei der Bewertung von errechneten Ergebnissen in Sachkontexten. Größenvorstellungen entwickeln sich vor allem durch handlungsorientiertes Arbeiten. Es gilt, vielfältige Gelegenheiten zum Vergleichen, Messen und Schätzen zu schaffen und diese regelmäßig im Unterricht immer wieder aufzugreifen.

Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit umfasst verschiedene Aspekte. Beim Betrachten von Daten geht es um das Gewinnen von Übersicht: Mehrere oder viele Daten sind so darzustellen, dass man sie einerseits in ihrer Vielfalt wahrnehmen, andererseits zusammenfassend beschreiben kann - etwa durch typische "Kennwerte". In diesem Bereich werden daher Kompetenzen zu Größen und Messen, zu Raum und Form und zu Zahlen und Operationen zusammengeführt. So kommt ihm eine integrierende Funktion zu. Die betrachteten Daten sollten nicht überwiegend fiktiv, sondern authentisch aus der eigenen Lebenswelt und aus "fernen Welten" stammen, um diese zu erschließen. Ziel ist die Kompetenz, Darstellungen zu Daten sowohl lesen als auch in gegebenem Rahmen selbst erstellen zu können. Dabei treten Häufigkeiten auf, einerseits als absolute Häufigkeiten, andererseits in der qualitativen Betrachtung als Anteile. Das ist ein propädeutischer Beitrag zur späteren formalisierten Betrachtung von Anteilen mit Brüchen. Wahrscheinlichkeit als Phänomen wird vorwiegend qualitativ betrachtet, zunächst in der Kennzeichnung "sicher, möglich aber nicht sicher, unmöglich". Wahrscheinlichkeiten werden nicht durch explizite Werte dargestellt, das würde Bruchrechnung erfordern, vielmehr durch Wahrscheinlichkeitsvergleiche im Sinn von "gleich wahrscheinlich" oder "wahrscheinlicher als". Das Ziel ist hier eine erste qualitative Annäherung an rationales Argumentieren angesichts unsicherer Situationen.

Viele weitere Vorschläge für kompetenzorientiertes Unterrichten sind z. B. in Hirt & Wälti (2008) oder Walther et al. (2012) enthalten.

Die im Folgenden stichwortartig genannten Aspekte sind kennzeichnend für "Unterrichtsqualität" im Fach Mathematik. Etwas systematischer kann man dabei drei Komponenten unterscheiden<sup>3</sup>.

- Eine fachlich gehaltvolle Unterrichtsgestaltung, die den Kindern immer wieder vielfältige Gelegenheiten zu kompetenzbezogenen Tätigkeiten bietet (zum mathematischen Modellieren, zum Argumentieren, zum Kommunizieren usw.) und bei der vielfältige Vernetzungen sowohl innerhalb der Mathematik als auch zwischen Mathematik und Realität hergestellt werden.
- Eine konsequente kognitive Aktivierung der Lernenden in einem Unterricht, der geistige Schülertätigkeiten herausfordert, selbständiges Lernen und Arbeiten ermöglicht und ermutigt, lernstrategisches Verhalten (heuristische Aktivitäten) fördert und ein stetes Nachdenken über das eigene Lernen und Arbeiten (metakognitive Aktivitäten) stimuliert.
- Eine effektive und schülerorientierte Unterrichtsführung, bei der verschiedene Formen und Methoden flexibel variiert werden, Stunden klar strukturiert sind, eine störungspräventive und fehleroffene Lernatmosphäre geschaffen wird und Lernen und Beurteilen erkennbar getrennt sind.

Es gibt sicher keinen universellen Königsweg zum Unterrichtserfolg. Man weiß aber aus vielen empirischen Untersuchungen, dass Unterricht nur dann positive Effekte haben kann, wenn hinreichend viele dieser Qualitätskriterien erfüllt sind (vgl. u. a. Helmke, 2006).

Ein naheliegender Weg zur Realisierung eines solchen Unterrichts im Fach Mathematik ist die Verwendung eines breiten Spektrums kompetenzorientierter Aufgaben, darunter auch "selbst-differenzierende" (d. h. Aufgaben, die Zugänge auf unterschiedlichen Niveaus ermöglichen und dadurch für stärkere wie schwächere Schülerinnen und Schüler gleichermaßen geeignet sind).

Gerade offenere Aufgabenvarianten sind hier besonders gut geeignet, da sie Schülerinnen und Schülern ermöglichen, entsprechend ihrer Fähigkeiten eigene Wege zu gehen und selbstständig Lösungen zu finden. Die Lehrkraft kann dabei versuchen, möglichst viele dieser Lösungswege zu beobachten und im Bedarfsfall unterstützend einzugreifen, und sie kann nach der Bearbeitung unterschiedliche Lösungen präsentieren und diskutieren lassen.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Man vgl. dazu das einleitende Kapitel in Blum et al. (2006).

## 6. Worum geht es im Inhaltsbereich Größen und Messen allgemein?

In diesem Inhaltsbereich geht es vor allem um das Messen, den Aufbau von Größenvorstellungen, das Kennen von Standardrepräsentanten, ein Verständnis für Einheiten sowie das Rechnen.

Für die Erarbeitung der Größen werden verschiedene Prinzipien und Aktivitäten vorgeschlagen, die als Orientierung und didaktisches Hintergrundwissen dienen können (vgl. Radatz et al. 1998).

Im Folgenden werden diese am Beispiel Längen dargestellt:

#### Erste Erfahrungen in Sach- und Spielsituationen sammeln

• Themen aus der Lebenswelt der Kinder aufgreifen (z. B. Sportfest, Körpergröße, ...)

#### Direkter Vergleich von Repräsentanten einer Größe

- direktes Nebeneinanderstellen oder -legen mit Angabe der Größenrelation (z. B. größer/kleiner, länger/kürzer, dicker/dünner, breiter/schmaler ...)
- Repräsentanten (zu messende Gegenstände) müssen dazu zur gleichen Zeit am gleichen Ort sein

#### Indirekter Vergleich mit nicht standardisierten Maßeinheiten

- willkürliche Maßeinheiten: Körpermaße (wie Fingerbreite, Fußlänge, Handspanne ...), Stäbe, Bänder ...
- Stufe des ersten Messens: "Maßeinheit" wird wiederholt ohne Lücke und Überschneidung angelegt und das Enthaltensein gezählt (z. B. Tischbreite: 8 Handspannen 8 ist die Maßzahl, Handspannen die Maßeinheit)
- Die Notwendigkeit standardisierter Einheiten wird erkannt, da bei nicht standardisierten Maßeinheiten unterschiedliche Ergebnisse entstehen.

#### Indirekter Vergleich mit Hilfe standardisierter Maßeinheiten

- Erarbeitung der standardisierten Einheiten (cm, m, mm, km)
- Die Beziehungen zwischen standardisierten Einheiten (z. B. m, cm) sind mathematisch definiert im Gegensatz zu den Beziehungen zwischen nicht standardisierten Maßeinheiten wie Handspanne oder Fuß.
- Vergleiche sind wiederholbar und führen zu gleichen Ergebnissen: z. B. Tischbreite gemessen: heute, morgen, an einem anderen Ort: 100 cm

#### Messen mit technischen Hilfsmitteln

- Erarbeitung des Umgangs mit verschiedenen Messinstrumenten: Anlegen des Lineals am Nullpunkt, Nutzen der Skalierung, Thematisierung verschiedener Skalierungen
- Erkennen der Zweckmäßigkeit eines Messgerätes: Die Auswahl des Messgerätes ist vom Messobjekt abhängig.
- vielfältige Messhandlungen und -erfahrungen ermöglichen

#### Entwickeln von Größenvorstellungen

- Aufbau von Stützpunktvorstellungen durch Messerfahrungen: z. B.
   1 cm etwa Breite eines Fingers, 1 m Höhe der Tafel
- Übungen zum Schätzen

#### Verfeinern und Vergröbern der Maßeinheiten

- Notwendigkeit von feineren und gröberen Einheiten
- Erarbeiten weiterer Einheiten
- Verfeinern:  $m \rightarrow cm$ ,  $cm \rightarrow mm / Vergröbern: <math>mm \rightarrow cm$ ,  $cm \rightarrow m$ ,  $m \rightarrow km$

#### Rechnen

- Rechnen in einer Einheit und mit zusammengesetzten Einheiten
- Kenntnis von Umrechnungszahlen
- Umrechnen in verschiedene Einheiten

Bei einigen Größenbereichen lassen sich nicht alle dieser hier geschilderten Prinzipien und Aktivitäten gleichermaßen sinnvoll umsetzen (beispielsweise der direkte oder indirekte Vergleich im Größenbereich Geldwerte). Dies muss jeweils kritisch reflektiert werden.

Ein Schwerpunkt bei der Arbeit mit allen Größen ist die Entwicklung von Größenvorstellungen. Sie sind grundlegend beim Schätzen und auch bei der Bewertung von errechneten Ergebnissen in Sachkontexten. Größenvorstellungen entwickeln sich vor allem durch handlungsorientiertes Arbeiten. Es gilt, vielfältige Gelegenheiten zum Vergleichen, Messen und Schätzen zu schaffen und diese regelmäßig im Unterricht immer wieder aufzugreifen.

#### Anmerkungen zum Schätzen

Schätzen ist im Zusammenhang mit Größen eine zentrale Fähigkeit mit großem Realitätsbezug.

Sinnvoll sind Aufgaben, bei denen das Schätzen nötig ist, weil

- keine genauen Angaben vorliegen (z. B. Länge der Autoschlange im Stau)
- ein Schätzwert schneller ermittelt ist (z. B. Gewicht Schulranzen)
- der Schätzwert ausreicht (z. B. Einkauf für den Kindergeburtstag)
- kein Messinstrument vorhanden ist (z. B. Höhe eines Baumes im Wald)
- das Ereignis in der Zukunft liegt (z. B. Einnahmen zum Schulfest)

Kinder erfahren so, dass Schätzen kein Raten ist, sondern, dass eine ungefähre Größenangabe durch gedankliches Vergleichen mit individuell bekannten Größen ermittelt werden soll.

Strategien zum Schätzen sind der **direkte Vergleich** (Man stellt sich einen bekannten Repräsentanten vor, vergleicht gedanklich und ermittelt ebenfalls gedanklich den Unterschied, z. B. Max ist so groß wie die Tür.) oder der **indirekte Vergleich** (Man misst gedanklich, z. B. Das Haus ist so hoch wie 5 Männer.).

Schätzwerte und die Strategien, die zu den Schätzwerten führen, sollten im Unterricht besprochen und begründet werden. Eine Thematisierung von passenden aber auch ungenauen Ergebnissen würdigt einerseits die Schülerleistung und hilft den Kindern andererseits, die Anwendung der Stützpunktvorstellung zu überprüfen und gegebenenfalls anzupassen.

# 6.1 Aufgaben zu Zeit

# Aufgabe 11 in Testheft B (II)

Thea geht ins Kino. Der Film startet um 16:15 Uhr. Er dauert 100 Minuten.

Der Film ist um \_\_\_\_\_ Uhr zu Ende.

RICHTIG
---------

# Teilaufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	III
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen (4.1); Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen (4.2)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	Sachaufgaben mit Größen lösen (4.2.d)

# Aufgabe 15 in Testheft B (II)

1 min = \_\_\_\_\_s
1 h = \_\_\_\_\_min

RICHTIG	[1 min =] 60 [s]
Monno	[1 h =] 60 [min]

# Teilaufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Reproduzieren (I)
Kompetenzstufe	
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln) (4.1.d)

# Aufgabe 4 in Testheft C (II)

Selma geht um 19 Uhr ins Bett. Sie steht genau 12 Stunden später auf.

Zu welcher Uhrzeit steht sie auf?\_\_\_\_\_Uhr

RICHTIG	7.00 ODER 7 ODER 7:00 [Uhr]
---------	-----------------------------

# Teilaufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)	
Kompetenzstufe	III	
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen (4.1); Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen (4.2)	
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	Sachaufgaben mit Größen lösen (4.2.d)	

# Aufgabe 1 in Testheft C (II)

Kreuze an.

2 h sind	
☐ 100 min.	
☐ 120 min.	
200 min.	
☐ 240 min.	
RICHTIG	Nur das 2. Kästchen wurde angekreuzt.

# Teilaufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln) (4.1.d)

# Aufgabe 1 in Testheft B (II)

Kann das stimmen? Kreuze an.

	stimmt	stimmt nicht
Die Fahrt zur Schule dauert 2 Tage.		
Ein Mal Klatschen dauert 1 Sekunde.		
Zähneputzen dauert 30 Minuten.		
Die Frühstückspause dauert 15 Sekunden.		

	vgl. Lösungsgrafik		
		stimmt	stimmt nicht
BIOLITIC	Die Fahrt zur Schule dauert 2 Tage.		$\boxtimes$
RICHTIG	Ein Mal Klatschen dauert 1 Sekunde.	×	
	Zähneputzen dauert 30 Minuten.		$\boxtimes$
	Die Frühstückspause dauert 15 Sekunden.		X

# Teilaufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	mathematische Aussagen hinterfragen und auf Korrektheit prüfen (3.1)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	Repräsentanten für Standardeinheiten kennen, die im Alltag wichtig sind (4.1.c)

#### 6.1.1. Aufgabenbezogener Kommentar

	Größenvorstellung	Kenntnis von Standard- repräsentanten	Messen	Rechnen	Verständnis für Einheiten, Umwandeln
Aufgabe 11 in Testheft B (II)				х	(x)
Aufgabe 15 in Testheft B (II)		x			x
Aufgabe 4 in Testheft C (II)		(x)		x	(x)
Aufgabe 1 in Testheft C (II)		x		(x)	x
Aufgabe 1 in Testheft B (II)	x	(x)			

Entscheidend für die erfolgreiche Bearbeitung aller Aufgaben im Größenbereich Zeit ist das Wissen darum, dass die Einheiten überwiegend nicht dekadisch und vor allem nicht regelmäßig aufgebaut sind. Entsprechend handelt es sich bei den meisten Umwandlungszahlen nicht um Zehnerpotenzen. Ausnahmen bilden lediglich die Sekundenbruchteile (Zehntel, Hundertstel, ...) und die sehr großen Zeitspannen (z. B. ein Jahrhundert), welche in der Grundschule allerdings nicht thematisiert werden.

Bei der <u>Aufgabe 11 in Testheft B (II)</u> und der <u>Aufgabe 4 in Testheft C (II)</u> sollen die Kinder ausgehend von einem Startzeitpunkt und einer gegebenen Zeitspanne die Uhrzeit berechnen, die nach Ablauf der Zeitspanne erreicht ist. Die <u>Aufgabe 11 in Testheft B (II)</u> setzt dabei das Wissen voraus, dass eine Stunde 60 Minuten und nicht 100 Minuten umfasst. Daher muss für eine erfolgreiche Lösung dieser Aufgabe auch ein Verständnis von Einheiten und Untereinheiten gegeben sein. Auch bei der Bearbeitung der <u>Aufgabe 4 in Testheft C (II)</u> ist die Kenntnis von Einheiten notwendig: Hier müssen die Kinder wissen, dass ein Tag aus 24 Stunden besteht. Zur Berechnung der Uhrzeit bei beiden Aufgaben sind weiterhin grundlegende arithmetische Kompetenzen erforderlich.

Die <u>Aufgabe 15 in Testheft B (II)</u> und die <u>Aufgabe 1 in Testheft C (II)</u> setzen sich im mathematischen Kern mit der Thematik des Umwandelns und der Kenntnis von Einheiten und Untereinheiten auseinander, da jeweils Größenangaben in verschiedenen Schreibweisen angegeben werden müssen. Mit der <u>Aufgabe 15 in Testheft B (II)</u> wird das Wissen über die Einheiten "Sekunde", "Minute" und "Stunde" und deren Umrechnungszahl 60 überprüft. Eine Minute soll in Sekunden und eine Stunde in Minuten angegeben werden. Auch die Abkürzungen für die Maßeinheiten "min", "s" und "h" müssen bekannt sein. Bei <u>Aufgabe 1 in Testheft C (II)</u> sind darüber hinaus erneut grundlegende arithmetische Kenntnisse erforderlich, um berechnen zu können, wie viele Minuten zwei Stunden entsprechen.

Bei der <u>Aufgabe 1 in Testheft C (II)</u> müssen die Kinder bei vier Aussagen zu zeitlichen Vorgängen aus ihrem Lebensumfeld entscheiden, ob die Zeitspannen realistisch sind oder nicht. Dafür müssen

die Kinder entsprechende Stützpunktvorstellungen bzw. ihr Wissen über Standardrepräsentanten aktivieren und ausgehend von diesen in der Tabelle passend ankreuzen.

#### 6.1.2 Mögliche Schwierigkeiten

Allgemein ist der Größenbereich "Zeit" durch folgende Besonderheiten gekennzeichnet, welche das Bearbeiten von Aufgaben erschweren können:

- Das Zeitempfinden ist subjektiv und hängt von der jeweiligen Tätigkeit, Situation und Stimmung ab. Dementsprechend kann eine objektiv gemessene Zeitspanne unterschiedlich empfunden werden.
- Die Repräsentanten für Größen der Zeit sind Vorgänge, deren direkter Vergleich nur möglich ist, wenn die Vorgänge zum gleichen Zeitpunkt beginnen oder enden und am gleichen Ort stattfinden.
- Die Messinstrumente "Uhr" und "Kalender" sind nicht unmittelbar ineinander überführbar.
- Die Umwandlungszahlen im Größenbereich "Zeit" sind unregelmäßig und nicht dekadisch aufgebaut (z. B. 1 h = 60 min, 1 Tag = 24 h, 1 Monat = 28/29/30/31 Tage, 1 Jahr = 365/366 Tage). Auch die Bezeichnungen der Einheiten lassen keine Beziehungen untereinander erkennen.
- Beim Sachrechnen im Größenbereich "Zeit" muss zwischen Zeitpunkten und Zeitspannen unterschieden werden. Zeitpunkte geben den Start oder das Ende einer Handlung an und können abgelesen, verglichen oder mithilfe einer Zeitspanne und des jeweils anderen Zeitpunkts (Start- oder Endzeitpunkt) berechnet werden. Zeitspannen beschreiben die Dauer eines Handlungsablaufs und können abgelesen werden oder mithilfe von zwei Zeitpunkten, dem Start- und dem Endzeitpunkt, berechnet werden.
- Für Zeitpunkte und Zeitspannen gibt es unterschiedliche Darstellungsformen (z. B. Zeitpunkt: 12:45 Uhr; Zeitspanne: 12 h 45 min).
- Der Umgang mit der Größe "Zeit" geht einher mit dem Verständnis einer Vielfalt von Fachbegriffen:
  - Einheiten und gebräuchliche Zeitspannen: "Minute", "Sekunde", "Stunde", "halbe Stunde",
     "Viertelstunde" (zu beachten: regionaler Sprachgebrauch), "Woche", "Tag" (24 Stunden),
     "Monat", "Jahr"
  - Relationen: "dauert länger als", "dauert kürzer als", "dauert am längsten", "dauert am kürzesten", "dauert genauso lange wie"

#### Aufgabe 11 in Testheft B (II)

Eine Schwierigkeit bei dieser Aufgabe könnte fehlendes Wissen über die Umrechnung von Stunden in Minuten sein. Zusätzlich wird die Berechnung des Endzeitpunktes des Filmes dadurch erschwert, dass die nächste volle Stunde überschritten wird.

Folgende Fehlermuster sind dabei häufig zu beobachten:

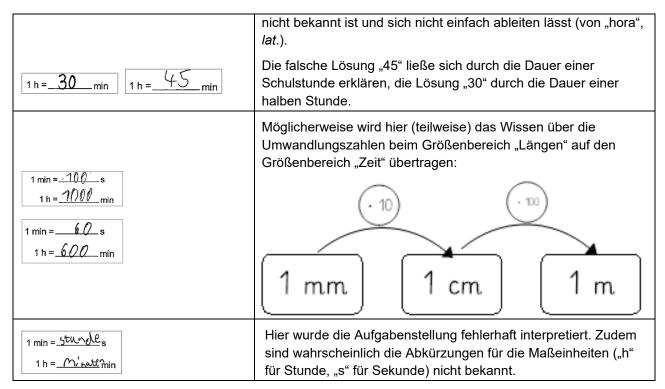
Aufgabe 10  Thea geht ins Kino. Der Film startet um 16:15 Uhr. Er dauert 100 Minuten.	Angegeben wird nicht der Zeitpunkt des Filmendes, sondern die Zeitspanne, die der Film dauert. Es könnte ein fehlerhaftes Verständnis des Sachkontextes ursächlich sein.
Der Film ist um 10 0 Uhr zu Ende.	

Aufgabe 10  Thea geht ins Kino. Der Film startet um 16:15 Uhr. Er dauert 100 Minuten.  Der Film ist um 15:40 min Uhr zu Ende.	Auch hier wird die Zeitspanne angegeben, allerdings bereits umgewandelt in Stunden und Minuten. Zudem ist in diesem Beispiel die Benennung der Einheit Stunde (h) nicht korrekt.
Aufgabe 10  Thea geht ins Kino. Der Film startet um 16:15 Uhr. Er dauert 100 Minuten.  Der Film ist um 17:15 Uhr zu Ende.	Der Lösung liegt die Vorstellung zugrunde, dass eine Stunde aus 100 Minuten besteht – dieser hier unkorrekte dekadische Umwandlungsfaktor ist den Kindern aus anderen Größenbereichen (z.B. Längen) vertraut.
Aufgabe 10  Thea geht ins Kino. Der Film startet um 16:15 Uhr. Er dauert 100 Minuten.  1 7:00  Der Film ist um	Die Minuten werden nur zur vollen Stunde ergänzt.
Aufgabe 10  Thea geht ins Kino. Der Film startet um 16:15 Uhr. Er dauert 100 Minuten.  Der Film ist um #145 Uhr zu Ende.	Die Minuten zur vollen Stunde werden korrekt ergänzt, im Anschluss erfolgt allerdings keine Addition der verbleibenden 55 Minuten, sondern der bereits berücksichtigten 45 Minuten. Möglicherweise liegt auch ein Rechenfehler vor.
Aufgabe 10  Thea geht ins Kino. Der Film startet um 16:15 Uhr. Er dauert 100 Minuten.  Der Film ist um	Die volle Stunde wird subtrahiert und nicht addiert. Eine Plausibilitätsprüfung des Ergebnisses erfolgt nicht. Möglich wäre auch ein sogenannter "Perseverationsfehler": Die "Fünf" ist in der Vorstellung so präsent, möglicherweise durch den Gedanken "5 Uhr heißt auch 15 Uhr", dass sie in das Ergebnis übernommen wird.
Aufgabe 10  Thea geht ins Kino. Der Film startet um 16:15 Uhr. Er dauert 100 Minuten.  35  Der Film ist um 77.95 Uhr zu Ende.	Zudem können weitere arithmetische Rechenfehler bei der Zerlegung und schrittweisen Addition der Minuten und Stunden beobachtet werden.
Aufgabe 10  Thea geht ins Kino. Der Film startet um 16:15 Uhr. Er dauert 100 Minuten.  Der Film ist um 18.15 Uhr zu Ende.	

#### Aufgabe 15 in Testheft B (II)

Der Größenbereich "Zeit" weist eine Vielzahl von unterschiedlichen Umrechnungszahlen und Einheiten auf, deren Abkürzungen nicht in jedem Fall einfach abzuleiten sind. Durch den nicht dekadischen Aufbau sind Umwandlungsaufgaben aus dem Größenbereich "Zeit" sehr fehlerträchtig.

	• •
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	Als Umwandlungsfaktor wird – wie in anderen Größenbereichen üblich (z. B. Gewichte) – eine Zehnerpotenz verwendet.
1 min =60 s 1 h =min	Die zweite Teilaufgabe wird möglicherweise als schwieriger empfunden, da die Abkürzung "h" für die Maßeinheit "Stunde"



#### Aufgabe 4 in Testheft C (II)

Auch zur Lösung dieser Aufgabe benötigen die Kinder Wissen über die korrekten Umwandlungsfaktoren der Maßeinheiten im Größenbereich "Zeit". Erschwerend kommt hinzu, dass bei der Berechnung des Endzeitpunktes ein voller Tag überschritten wird.

	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
Aufgabe 4  Selma geht um 19 Uhr ins Bett. Sie steht genau 12 Stunden später auf.  Zu welcher Uhrzeit steht sie auf? 19 Uhr	Angegeben wird nicht der Zeitpunkt des Aufstehens, sondern die Zeitspanne, die Selma schläft. Es könnte ein fehlerhaftes Verständnis des Sachkontextes ursächlich sein.	
Aufgabe 4  Selma geht um 19 Uhr ins Bett. Sie steht genau 12 Stunden später auf.  Zu welcher Uhrzeit steht sie auf? 3 1 Uhr	Startzeitpunkt und Zeitspanne werden addiert. Die Unterteilung eines Tages in 24 Stunden wird nicht berücksichtigt. Das Ergebnis wird nicht auf Plausibilität geprüft.	
Aufgabe 4  Selma geht um 19 Uhr ins Bett. Sie steht genau 12 Stunden später auf. Zu welcher Uhrzeit steht sie auf?	Zum Startzeitpunkt werden nur die beiden Stunden al der Einerstelle der Zeitspanne addiert. Die fehlenden 10 Stunden und der Übergang zum neuen Tag werden vernachlässigt. Das Ergebnis wird nicht auf Plausibilität geprüft.	
Aufgabe 4  Selma geht um 19 Uhr ins Bett. Sie steht genau 12 Stunden später auf. Zu welcher Uhrzeit steht sie auf? 6.00 Uhr	Hier sind vermutlich Rechenfehler aufgetreten, die sich z.B. durch ein falsches Weiterzählen der Stunden oder eine fehlerhafte Zerlegung der 12 Stunden ergeben haben könnten.	

Aufgabe 4	
Selma geht um 19 Uhr ins Bett. Sie steht genau 12 Stunden später auf. Zu welcher Uhrzeit steht sie auf? Uhr	
Aufgabe 4  Selma geht um 19 Uhr ins Bett. Sie steht genau 12 Stunden später auf.  Zu welcher Uhrzeit steht sie auf? 10:072 Uhr	Das Ergebnis wird rechnerisch korrekt ermittelt, jedoch zeigen sich Unsicherheiten bei der Schreibweise der Uhrzeit. Diese könnten sich aus der verschiedenen und noch nicht gesicherten Notationsformen ergeben haben.

#### Aufgabe 1 in Testheft C (II)

Hier kann die fehlende Kenntnis der Umrechnungszahl "60" zu einem falschen Ergebnis führen. Eine fehlerhafte Auswahl der dritten Ankreuzoption "200 min" lässt sich dadurch begründen, dass fälschlicherweise eine dekadische Struktur des Größenbereichs "Zeit" angenommen wurde, d. h. von 1 h = 100 min ausgegangen wurde.

#### Aufgabe 1 in Testheft B (II)

Zeitempfinden ist individuell und situationsabhängig, sodass eine mögliche Fehlerquelle bei dieser Aufgabe Fehlvorstellungen zu den angegebenen Zeiten sein können, denn die Tätigkeiten sind eindeutig und den Kindern bekannt. Außerdem wäre es möglich, dass nur die Maßzahl oder die Maßeinheit zur Entscheidungsfindung genutzt wird.

#### 6.1.3 Anregungen für den Unterricht

#### Entwicklung von Größenvorstellungen zum Größenbereich "Zeit"

Zu dem Größenbereich "Zeit" müssen subjektive Vorstellungen über die Dauer von Vorgängen (Stützpunktvorstellungen) entwickelt werden. Dies geschieht vor allem durch handlungsorientiertes Arbeiten und durch den Aufbau mentaler Repräsentanten. Es gilt daher, vielfältige Gelegenheiten zum Vergleichen, Messen und Schätzen von Zeitspannen zu schaffen und diese regelmäßig im Unterricht immer wieder aufzugreifen.

Schätzen ist eine zentrale Fähigkeit mit großem Realitätsbezug. Eingesetzt werden sollten Aufgaben, bei denen Schätzungen sinnvoll sind, weil:

- keine genauen Angaben vorliegen (z. B. Dauer einer Aufgabenlösung)
- ein Schätzwert schneller ermittelt ist (z. B. Schlafdauer)
- der Schätzwert ausreicht (z. B. ungefähres Ende einer Veranstaltung)
- kein Messinstrument vorhanden ist (z. B. Freizeitaktivitäten)
- das Ereignis in der Zukunft liegt (z. B. Dauer des nächsten Wandertags)

Kinder erfahren so, dass Schätzen kein Raten ist, sondern dass eine ungefähre Zeitangabe durch gedankliches Vergleichen mit individuell bekannten Zeitspannen ermittelt werden soll.

Strategien zum Schätzen von Zeitspannen sind also Vergleiche. Eine zu schätzende Zeitspanne kann hierbei entweder mit Ereignissen mit bekannten Zeitangaben verglichen werden (z. B. Die Hofpause ist 25 Minuten lang. Dauert das Ereignis länger oder ist es kürzer?) oder mit Ereignissen, deren zeitliche Dauer man nicht kennt (z. B. Mein Weg zur Schule dauert ungefähr so lang wie der

Weg zum Spielplatz.). Ein direkter Vergleich hingegen kann nur erfolgen, wenn die Aktivitäten/Vorgänge zum gleichen Zeitpunkt und am gleichen Ort beginnen oder enden.

Schätzwerte und die Strategien, die zu den Schätzwerten führen, sollten im Unterricht besprochen und begründet werden. Eine Thematisierung von passenden oder ungenauen Ergebnissen würdigt einerseits die Schülerleistung und hilft den Kindern andererseits, die Anwendung von Stützpunktvorstellungen zu überprüfen und gegebenenfalls anzupassen. Zur Übung sollten überschaubare Zeitspannen gewählt werden, denn je länger die zu schätzenden Zeitspannen werden, umso schwieriger wird es für Grundschulkinder, diese zu schätzen.

Möglichkeiten zur Entwicklung von Zeitvorstellungen:

- Fragen stellen, z. B. "Wie schnell vergeht eine Sekunde?", "Was dauert etwa eine Minute?"
- kurze Alltagstätigkeiten aus der Freizeit thematisieren, z. B. Dauer des Zähneputzens, der Lieblingssendung im Fernsehen, des Trainings ...
- Begebenheiten und Ereignisse aus dem Schulalltag besprechen, z. B. Länge der Unterrichtsstunde, der Pausen, der Ferien ...
- Zeitdauer von Abläufen und Handlungen protokollieren, z. B. Zeit für das Anfertigen der Hausaufgaben, für das Abschreiben eines Textes, das Umziehen im Sportunterricht ...
- vielfältige Messerfahrungen machen lassen, z. B. Messen der Dauer von Aktivitäten
- Überlegungen anstellen, z. B. "Wie lange hast du in deinem Leben schon Zähne geputzt?", "Wie viele Stunden gehst du schon in die Schule?"

Repräsentanten oder vertraute Vergleichsgrößen können mit den Kindern gemeinsam gefunden werden, wie:

1 Sekunde: die Zeit, in der man die Zahl "21" sagt, ein Fingerschnippen

1 Minute: die Zeit, in der man von der Zahl 21 bis zur Zahl 80 zählt

5 Minuten: kleine Pause, Sanduhr

10 Minuten: Fernsehnachrichten "logo! Die Welt und ich."

20 Minuten: Hofpause

30 Minuten: Kinderfernsehen "Die Sendung mit der Maus"

45 Minuten: Unterrichtsstunde, eine Fußballhalbzeit (ohne Verlängerung)

1 Stunde: eine Unterrichtsstunde mit Frühstückspause

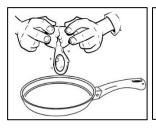
Vorstellungen über die Dauer von Vorgängen sind höchst subjektiv und bieten vielfältige Gesprächsanlässe (→ Kommunizieren, → Argumentieren).

#### Stützpunktvorstellungen aufbauen

Für den Aufbau von Stützpunktvorstellungen im Größenbereich "Zeit" bieten sich vor allem bedeutsame Handlungen aus der Lebenswelt der Kinder an. Folgende spielerische Übungsformen könnten aufgegriffen werden:

#### Fotos, die etwas über Zeit erzählen

Die Kinder erstellen Vorher-Nachher-Fotopaare zu z. B. der Zeitdauer für das Braten eines Spiegeleis (das Ei vor dem Braten und nach dem Braten), der Zeitdauer für das Anspitzen eines Stiftes (der Stift vor und nach dem Anspitzen), der Zeitdauer einer Frühstückspause (Brotdose vor der Frühstückspause und nach der Frühstückspause).





Aus diesen Vorher-Nachher-Fotopaaren können zeitliche Vorgänge ersichtlich werden, die Kinder können die Paare für das Schätzen von Zeitspannen nutzen oder sie ordnen vorgegebene oder selbst bestimmte Zeitspannen den Fotopaaren zu. Die Kinder entdecken in ihrem Lebensumfeld repräsentative Vorgänge für ausgewählte Zeitspannen, um das individuelle Stützpunktwissen weiterzuentwickeln. Bereits vorliegende Vorher-Nachher-Fotos eignen sich auch zur Veranschaulichung langer Zeitspannen, z. B. von der Apfelblüte zur Frucht, Fotos der Kinder in verschiedenem Alter, Bilder einer Baustelle (vom ersten Spatenstich zum fertigen Haus) (Grundschule Mathematik, 2017).

#### Anton hat Zeit

Im Buch "Anton hat Zeit" (Haberstock, 2015) werden die Kinder angeregt, nach Zeitwörtern zu forschen, die Dauer von unterschiedlichen Vorgängen zu schätzen und ihr Stützpunktwissen über Zeitspannen weiterzuentwickeln. Jedes Kapitel beginnt mit dem Vergleich zweier Zeitspannen. Dabei ist angegeben, wie viele Wörter das Kapitel umfasst. Die Dauer, die man für das Lesen des Kapitels benötigt, wird zu einem anderen Vorgang ins Verhältnis gesetzt. Anschließend ergeben sich eine Vielzahl von Aufgabenstellungen für den Unterricht, in dem auch die prozessbezogenen Kompetenzen (→ Kommunizieren, → Argumentieren) gefördert werden können (Grundschule Mathematik, 2024).

#### Unterscheidung und Berechnung von Zeitpunkten und Zeitspannen

Beim Rechnen mit den Einheiten aus dem Größenbereich "Zeit" ist die Unterscheidung von Zeitpunkten und Zeitspannen unerlässlich. Mit einem Zeitpunkt wird der Beginn oder das Ende eines Vorgangs angegeben, eine Zeitspanne beschreibt die Dauer eines Vorgangs.

Zeitspannen (Zeitdauerberechnung) müssen aus einer abgelesenen Anfangs- und einer abgelesenen Endzeit, also aus zwei Zeitpunkten, berechnet werden. Die Kinder müssen hierbei sicher zwischen den unterschiedlichen Notationsformen von Zeitpunkten und Zeitspannen unterscheiden. Ein Zeitpunkt wird als Uhrzeit dargestellt, eine Zeitspanne wird beispielsweise in Stunden und Minuten angegeben.

Die Erarbeitung von Begriffstripeln im Sinne einer sprachlichen Begleitung hilft den Zusammenhang von Zeitpunkten und Zeitspannen deutlicher herauszustellen und deren Notationsweise voneinander zu unterscheiden (→ *Darstellen*).

#### Beispiele:

	Zeitpunkt 1	Zeitdauer	Zeitpunkt 2
Mittagessen	13:15 Uhr	30 min	13:45 Uhr

	Anfangszeit	Zeitspanne	Endzeit
Fußballtraining	15:00 Uhr	1h 30 min	16:30 Uhr

Indem die Schülerinnen und Schüler über Beginn, Dauer und Ende von für sie wichtigen Ereignissen berichten, können sprachliche Variationen zur Umschreibung von Zeitpunkten und Zeitspannen

bewusstgemacht werden und zusätzlich mit der Entwicklung von Stützpunktvorstellungen zukünftig bei der Bewältigung von Sachsituationen genutzt werden.

#### Beispiele:

- Mein Fußballtraining beginnt um ... und endet um .... Es dauert ....
- Eine Unterrichtsstunde dauert ....
- Meine Lieblingssendung beginnt um ... und endet um .... Sie dauert....
- Bis zu meinem Geburtstag sind es noch ....
- Um ... kommt meine Freundin zum Spielen. Sie bleibt bis ....

Zudem können sich die Schülerinnen und Schüler in der tabellarischen Darstellung (s.o.) reflektierend mit den unterschiedlichen Schreibweisen von Zeitpunkten und Zeitspannen auseinandersetzen (→ Kommunizieren, → Argumentieren).

Im Gegensatz zu anderen Größenbereichen kommen beim Rechnen mit Zeiten als besondere Anforderungen hinzu, dass die Messinstrumente nicht fortlaufend skaliert sind, dass unser Zeiteinheitssystem nicht dekadisch aufgebaut ist und dass die Bezeichnungen und Abkürzungen der Einheiten für Kinder nicht immer logisch nachvollziehbar sind. So kann bspw. anhand der meisten analogen Uhren nicht direkt abgelesen werden, ob es 1:00 Uhr oder 13:00 Uhr ist, und Zeitspannen von über 60 Minuten sind nur im Zusammenspiel von Minuten- und Stundenzeigern ablesbar und darstellbar. Mit Ausnahme der Stoppuhr und Sanduhr gibt es bei Uhren zudem keinen "Nullpunkt", ab dem man Zeitspannen unabhängig von ihrer Anfangszeit messen könnte. Unterstützend kann hier in folgenden Bereichen gearbeitet werden:

#### Erkennen bzw. Bestimmen der gesuchten Angabe

Zum Bestimmen von Zeitpunkten und Zeitspannen können drei Aufgabentypen unterschieden werden und sollten variierend zur Anwendung kommen:

- Aufgaben, bei denen die Anfangszeit gesucht wird,
- Aufgaben, bei denen die Endzeit gesucht wird,
- Aufgaben bei denen die Zeitspanne gesucht wird.

#### Beispiel:

Die Zugfahrt beginnt um 7.45 Uhr und endet um 13.30 Uhr. Wie lange dauert die Fahrt?

# Begriffstripel "Zeit" ABFAHRTSZEIT – ZEITDAUER – ANKUNFTSZEIT 7.45 Uhr → ? → 13.30 Uhr selbst Aufgaben zu Vorgaben finden Abfahrtszeit – Zeitdauer – ? Abfahrtszeit – ? - Ankunftszeit ? - Zeitdauer - Ankunftszeit

Entdeckungen in der Umwelt, wie Plakate (Kino, Zirkus, Schwimmbad, Fußballturnier, Geschäfte ...), Fahrpläne, Fernsehprogramme, Tages- oder Stundenpläne mit Zeitangaben, können die Kinder dazu anregen, alltagsbezogen und lebenspraktisch auf unterschiedlichen

Anforderungsniveaus Zeitspannen zu berechnen und Zeitpunkte zu bestimmen ( $\rightarrow$  Zahlen und Operationen).

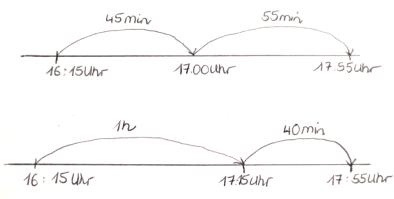
Bei der Erstellung von Zeitprotokollen in tabellarischer Form zu eigenen Aktivitäten (bspw. Schlafzeiten, Fernsehkonsum, Lesezeiten, Hausaufgabenzeiten ...) können die Schülerinnen und Schüler Zeitpunkte und Zeitspannen übersichtlich festhalten, ihr Zeitgefühl weiterentwickeln und ihre Ergebnisse durch die Erstellung von Tabellen und Diagrammen übersichtlich darstellen ( $\rightarrow$  Daten und Zufall).

Aus den gesammelten Ergebnissen können zudem eigene Sachrechenkarteien mit der Lerngruppe entwickelt werden, in denen Zeitpunkte und Zeitspannen ermittelt werden sollen. Die von den Kindern erstellten Aufgaben können dann zur kritischen Auseinandersetzung mit den Sachsituationen anregen ( $\rightarrow$  Argumentieren,  $\rightarrow$  Kommunizieren,  $\rightarrow$  Modellieren).

### Überschreiten voller Stunden oder Tage

Der Schwierigkeitsgrad bei Aufgaben zur Bestimmung von Zeitpunkten oder Zeitspannen ist unterschiedlich. So gibt es Zeitberechnungen zur vollen Stunde, Zeitberechnungen unter einer Stunde (ohne und mit Überschreitung der vollen Stunde) und Zeitberechnungen, die mehrere Stunden oder Tage überschreiten.

Insbesondere bei der Bearbeitung von Aufgabenstellungen, bei denen die Zeitspannen eine "Zeitgrenze" (volle Stunde, neuer Tag …) überschreiten, sind Veranschaulichungshilfen - wie Modelluhren, Blankouhren, tabellarische Darstellungen, Zeitleisten oder der unskalierte Zeitstrahl - empfehlenswert, da die Kinder ihre Rechen- bzw. Denkwege mithilfe dieser anschaulich darstellen können (→ *Darstellen*, → *Kommunizieren*).



Copyright Fotos: IQB

Die unterschiedlichen Lösungswege und Herangehensweisen können mit den Schülerinnen und Schülern reflektiert werden und zu Diskussionen anregen (→ Argumentieren, → Kommunizieren).

Auch Aufgabenlösungen aus den KERMIT-Arbeiten Ihrer Klasse können herangezogen werden und bieten Gesprächsanlässe zu einer stärkenorientierten Reflexion.



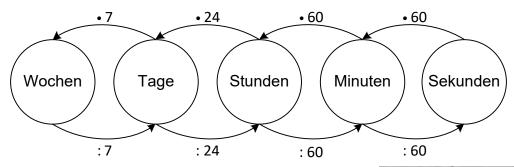
#### Aufgabe 10

Thea geht ins Kino. Der Film startet um 16:15 Uhr. Er dauert 100 Minuten.

Der Film ist um 17:15 Uhr zu Ende.

#### Verständnis für Einheiten, Umwandeln von Einheiten

Für die Umrechnung von Zeiteinheiten müssen die Umrechnungszahlen beherrscht und miteinander kombiniert werden.



Es ist sinnvoll, mit den Kindern eine Übersicht zu den Umwandlungszahlen zu erarbeiten. Diese lassen sich dann im Klassenraum gut als Teil eines Sprach-/Wortspeichers visualisieren. Neben den Umrechnungszahlen sollte dieser Fachbegriffe und Formulierungshilfen enthalten, die Kinder bei der Aneignung eines Fachwortschatzes sowie beim flexiblen Einsatz der Fachsprache unterstützen und deren altersgerechte Verwendung fördern (→ Kommunizieren).

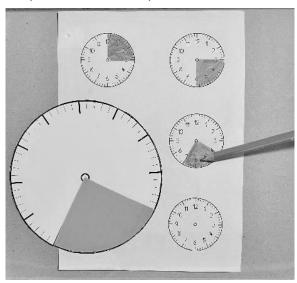


Beispiel eines Wortspeichers "Zeit" einer 3.

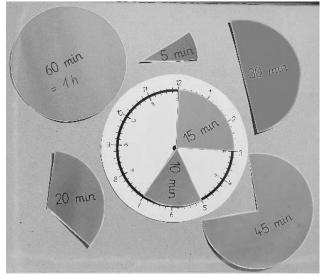
Das Ablesen von Uhrzeiten und Ermitteln von Klasse, Copyright Foto: IQB Zeitspannen an analogen Uhren stellt eine komplexe Tätigkeit dar, was u. a. dadurch begründet ist, dass hier (mindestens) zwei verschiedene Skalen übereinanderliegen: die Stunden- und die Minutenskala. An einer Zeitscheibe (oder der Minutenskala einer analogen Uhr) können Zeitspannen visualisiert und auf diese Weise das Verständnis für die Umrechnungszahl 60 sowie für die gebräuchlichen Stunden- und Minutenbruchteile aufgebaut werden (→ Darstellen):

- Zeitspannen einstellen oder legen: "Wie sieht eine Viertelstunde, eine halbe Stunde, … aus?",
- zu einer Zeitspanne verschiedene Möglichkeiten in Uhrbildern einfärben,

• per Blitzblick Zeitspannen erkennen.



Zeitspannen darstellen mit Legematerial, Copyright Foto: IQB



Zeitspannen darstellen mit der Zeitscheibe, Copyright Foto: IQB

Für das Umwandeln bedarf es zusätzlich arithmetischer Fähigkeiten:

- $6 h = 6 \cdot 60 min = 360 min$
- $7 d = 7 \cdot 24 h = 168 h$
- 2 h 45 min = 2 · 60 min + 45 min = 120 min + 45 min = 165 min
- 140 min = 2 · 60 min + 20 min = 2 h 20 min

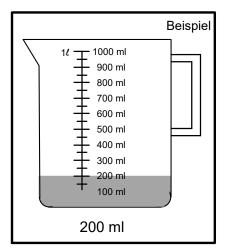
Zur Übung und für einfache Umwandlungen bieten sich Übungsformate an, bei denen Zeitspannen in unterschiedlichen Einheiten oder Darstellungen einander zugeordnet werden müssen. Die Kinder können die Kartensätze ergänzen, entsprechende Karten erstellen und eigene Spiele entwickeln (→ Darstellen).

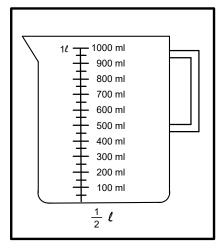


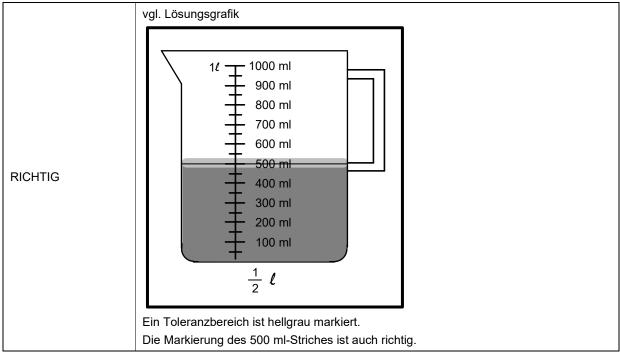
# 6.2 Aufgaben zu Hohlmaßen

# Aufgabe 12 in Testheft B (II)

Zeichne ein, wie hoch das Wasser im zweiten Messbecher steht.



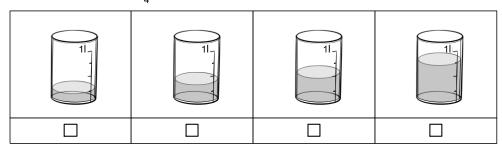




Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	III
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	im Alltag gebräuchliche einfache Bruchzahlen im Zusammenhang mit Größen kennen und verstehen (4.1.e)

### Aufgabe 10 in Testheft C (II)

Kreuze den Becher mit  $\frac{1}{4}$  Liter an.



RICHTIG	Nur das 1. Kästchen wurde angekreuzt.	
---------	---------------------------------------	--

### Teilaufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	IV
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	im Alltag gebräuchliche einfache Bruchzahlen im Zusammenhang mit Größen kennen und verstehen (4.1.e)

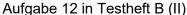
### 6.2.1 Aufgabenbezogener Kommentar

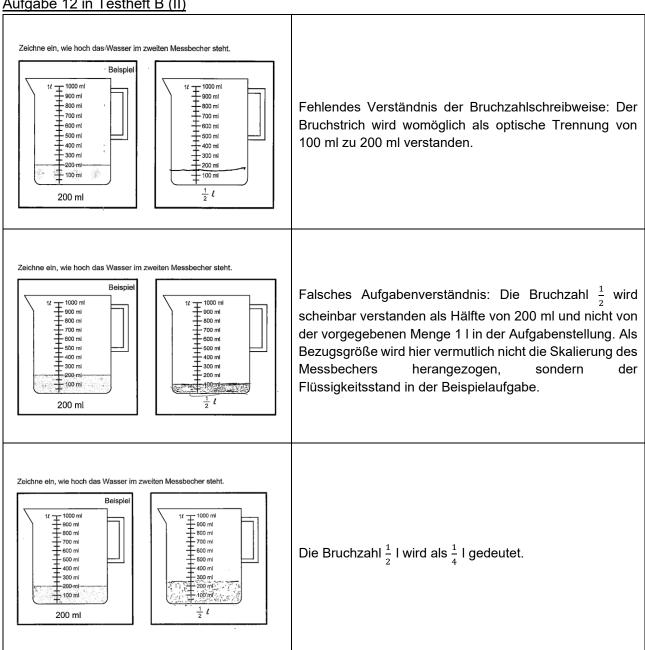
	Größenvorstellung	Kenntnis von Standard- repräsentanten	Messen	Rechnen	Verständnis für Einheiten, Umwandeln
Aufgabe 12 in Testheft B (II)			(x)		x
Aufgabe 10 in Testheft C (II)			x		x

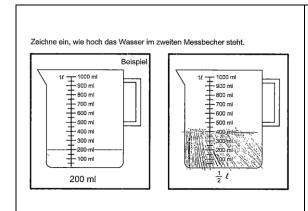
Bei der <u>Aufgabe 12 in Testheft B (II)</u> und der <u>Aufgabe 10 in Testheft C (II)</u> wird gefordert, einfache Bruchzahlen im Zusammenhang mit dem Größenbereich "Volumen" (Rauminhalt) abzubilden bzw. mit einer Abbildung in Verbindung zu bringen. Dafür ist einerseits ein Verständnis der verwendeten Bruchzahlen als Maßzahlen  $(\frac{1}{2}$  I und  $\frac{1}{4}$  I) und deren Schreibweisen notwendig. Die Bruchzahlen sind den Kindern dabei möglicherweise bereits aus dem Größenbereich "Zeit"  $(\frac{1}{2}$  h,  $\frac{1}{4}$  h,  $\frac{3}{4}$  h) und/oder aus anderen lebensweltlichen Situationen  $(\frac{1}{2}$  oder  $\frac{1}{4}$  Pizza) bekannt. Andererseits benötigen die Kinder für die Aufgabenlösung Kenntnisse zur Skalierung von Gefäßen. Während die Skalierung bei Aufgabe 12 in Testheft B (II) in 100 ml-Schritten erfolgt, zeigt <u>Aufgabe 10 in Testheft C (II)</u> eine proportionale Skalierung in vier Abschnitte.

### 6.2.2 Mögliche Schwierigkeiten

Bruchzahlen sind generell eine sehr herausfordernde Thematik in der Grundschule. Dies trifft insbesondere auf den Größenbereich "Volumen" zu. Der Anwendungsbezug gestaltet sich darüber hinaus anspruchsvoll, da meist nur an Messbechern und in Rezepten gemeine Bruchzahlen benutzt werden, während Rauminhalte auf Flaschen und Verpackungen in Dezimalschreibweise (0,33 l; 0,5 l; 0,75 l; 1,5 l) angegeben werden. Die Entwicklung einer differenzierten Größenvorstellung verlangt somit einen variantenreichen handelnden Umgang mit Hohlmaßen (Rauminhalten) in Verbindung mit Bruchzahlen (siehe Anregungen für den Unterricht).







Die Bruchzahl  $\frac{1}{2}$  wird vermutlich als Verdoppelungsfaktor des Rauminhalts des ersten Messbechers fehlinterpretiert (im Sinne von  $\frac{1}{2}$  bedeutet "mal 2" bzw. "das Doppelte von").

#### Aufgabe 10 in Testheft C (II)

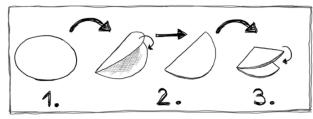
Während bei der <u>Aufgabe 12 in Testheft B (II)</u> ein Zusammenhang zwischen der Bruchschreibweise und der Angabe in Millilitern hergestellt werden muss, um die Aufgabe zu lösen, ist bei <u>Aufgabe 10 in Testheft C (II)</u> ausschließlich ein Verständnis der Bruchschreibweise  $\frac{1}{4}$  und der anschaulich dargestellten Bruchteile nötig, um die Aufgabe zu lösen: Die Schülerinnen müssen wissen, dass hier der vierte Teil der Gesamtfüllung gemeint ist und somit der erste Markierungsstrich.

### 6.2.3 Anregungen für den Unterricht

**Bruchzahlen** haben einen hohen Stellenwert für verschiedene mathematische Themen, auch in der weiterführenden Schule (z. B. Prozentangaben, Gleichungen, Verhältnisse). In der Grundschule kann der Aufbau einer tragfähigen Grundvorstellung zu Brüchen angebahnt werden, indem im Alltag gebräuchliche einfache Bruchzahlen im Zusammenhang mit Größen thematisiert werden. Im Größenbereich "Längen" kann diese Thematisierung leicht anschaulich gelingen (vgl. Anregungen für den Unterricht zum Größenbereich "Längen"). Im Gegensatz dazu ist die Thematisierung von Anteilen von Hohlmaßen als erster Zugang zu Brüchen weniger gut geeignet, da zweidimensionale Veranschaulichungen leichter zugänglich sind als dreidimensionale Veranschaulichungen. So kann mit zweidimensionalen Veranschaulichungen zunächst die Beziehung "Teil eines Ganzen – das Ganze" herausgearbeitet werden.

Das Erstellen von Bruchteilen geometrischer Formen durch Zeichnen, Falten und Schneiden dient dabei dem Gewinn der Einsicht, dass gleiche Bruchteile gleich groß sein müssen. Im Anschluss sollten diese Bruchteile bezeichnet werden  $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \ldots)$ .

"Falte wie in der Abbildung den Kreis aus Papier (1.) in der Mitte (2.). Wiederhole den Schritt, indem du den Halbkreis nochmals in der Mitte faltest (3.)." (Veit, Jarczak, Fuhrmann & Kolcov, 2022, S. 4)

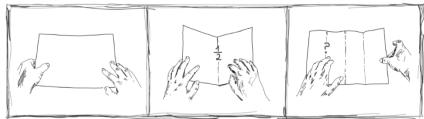




Copyright Abbildung: SINUS-Forscherheft

Nun kann ein Viertel  $\frac{1}{4}$  als Teil des Ganzen  $\frac{4}{4}$  herausgeschnitten werden. Vier **gleiche** ausgeschnittene Segmente ergeben wiederum ein Ganzes (vgl. ebd.).

Dies lässt sich auch durch Falten eines Rechtecks zeigen:



Copyright Abbildung: SINUS-Forscherheft

Konkrete Aufgabestellungen am Rechteck können sein:

- "Falte ein Rechteck so, dass du eine Hälfte von 2 gleichen Hälften anmalen kannst  $(\frac{1}{2})$ ."
- "Falte ein Rechteck so, dass du ein Viertel von 4 gleichen Vierteln anmalen kannst  $(\frac{1}{4})$ ."



Copyright Abbildungen: SINUS-Forscherheft

Beabsichtigt wird, dass Erfahrungen mit Bruchteilen gesammelt und Grundvorstellungen entwickelt werden. Die einzelnen Anteile können mit einem Bruch dargestellt werden:

1 Teil von 2 **gleichen** Teilen:  $\frac{1}{2}$ 

1 Teil von 4 **gleichen** Teilen:  $\frac{1}{4}$ 

Die Erarbeitung im "gesicherten zweidimensionalen Raum" (z. B. Fläche, Länge) bildet die Grundlage, auf der ein Verständnis vom Grundsatz der Bruchzahlen als *Teile von Ganzen* im Bereich der Rauminhalte möglich werden kann. Hierbei werden die Grundvorstellungen im Bereich "Volumina" fachlich aufbauend aufgegriffen. Handelnde Aktivitäten wie das Umschütten von Volumina (z. B. Flüssigkeiten) bieten die benötigten Orientierungshilfen:



Fachspezifische Sprachbarrieren  $\binom{1}{n_2}$ ,  $\binom{1}{n_4}$  im Bereich der Bruchzahlen können durch eine sprachliche Unterstützung im Sinne eines sprachsensiblen Mathematikunterrichtes abgebaut werden. Eine umfassende Verbalisierung der Zusammenhänge ist hierbei unerlässlich.

1 m (100 cm): 
$$2 = \frac{1}{2}$$
 m = 50 cm dann 1 l (1000 ml):  $2 = \frac{1}{2}$  l = 500 ml

1 m (100 cm): 
$$4 = \frac{1}{4}$$
 m = 25 cm dann 1 l (1000 ml):  $4 = \frac{1}{4}$  l = 250 ml

# 6.3 Aufgaben zu Geld

# Aufgabe 9 in Testheft C (II)

Angebot 1 Mango nur 1,98 €

Frau Aydin kann mit 10 € höchstens \_\_\_\_\_ Mangos kaufen.

RICHTIG	5 [Mangos]	
---------	------------	--

# Teilaufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	IV
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen (4.2)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	in Sachsituationen angemessen mit Näherungswerten rechnen, dabei Größen begründet schätzen (4.2.c)

# Aufgabe 2 in Testheft B (II)

Lisa hat 1 €.

Sie kann sich höchstens \_\_\_\_\_Lollis kaufen.



RICHTIG	5 [Lollis]
---------	------------

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen (4.1)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	Sachaufgaben mit Größen lösen (4.2.d)

# Aufgabe 6 in Testheft C (II)

Ein halbes Kilogramm Äpfel kostet \_\_\_\_\_



	1,50 € ODER 1,5 € ODER 1€ 50 Cent ODER 150 Cent
RICHTIG	Die Angabe der Maßeinheit, als Einheitszeichen oder als ausgeschriebenes Wort, ist erforderlich.

# Teilaufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	einfache Sachaufgaben zur Proportionalität lösen (3.2.c); im Alltag gebräuchliche einfache Bruchzahlen im Zusammenhang mit Größen kennen und verstehen (4.1.e)

# Aufgabe 2 in Testheft C (II)

150 € werden mit 5 Scheinen gelegt. Welche Scheine können es sein? Trage ein.









RICHTIO	3	Das Eintragen von Einheiten ist hier nicht erforderlich. Die Reihenfolge der eingesetzten Zahlen ist nicht relevant.  Antwortmöglichkeiten:  [20] + 100 + 10 + 10 + 10  ODER  [20] + 100 + 20 + 5 + 5  ODER  [20] + 50 + 50 + 20 + 10

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	1

Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z.B. systematisch probieren) (1.2)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	Repräsentanten für Standardeinheiten kennen, die im Alltag wichtig sind (4.1.c)

# Aufgabe 6 in Testheft B (II)

Pablo legt 50 € mit 3 Scheinen.

Welche Scheine sind es?

€	ŧŧ
RICHTIG	20 [€] 20 [€] 10 [€]
RICHTIG	Die Reihenfolge der eingesetzten Zahlen ist nicht relevant.

# Teilaufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Reproduzieren (I)
Kompetenzstufe	
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z.B. systematisch probieren) (1.2)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	Repräsentanten für Standardeinheiten kennen, die im Alltag wichtig sind (4.1.c)

# Aufgabe 12 in Testheft C (II)

Olaf kauft mindestens 2 Stück von jeder Süßigkeit. Er bezahlt genau 3,30 €.



Was kauft er ein?

Lutscher	TafeIn Schokolade WaffeIn
RICHTIG	2 [Lutscher], 2 [Tafeln Schokolade], 3 [Waffeln]

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	V
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen (4.2)

Bildungsstandards	Sachaufgaben mit Größen lösen (4.2.d)
inhaltsbezogene	
Kompetenzen	

### 6.3.1 Aufgabenbezogener Kommentar

	Größen- vorstellung	Kenntnis von Standard- repräsentanten	Rechnen	Verständnis für Einheiten, Umwandeln
Aufgabe 9 in Testheft C (II)	(x)		x	x
Aufgabe 2 in Testheft B (II)	(x)		x	x
Aufgabe 6 in Testheft C (II)	(x)		x	х
Aufgabe 2 in Testheft C (II)		x	x	
Aufgabe 6 in Testheft B (II)		x	x	
Aufgabe 12 in Testheft C (II)	(x)		x	х

Für das Rechnen mit Geld, das bei allen Aufgaben gefordert ist, werden arithmetische Kompetenzen benötigt. Bei Aufgaben, in denen z. B. überlegt werden muss, mit welchen Scheinen oder Münzen ein bestimmter Geldbetrag gelegt werden kann, oder was für einen bestimmten Betrag gekauft werden kann, kann auch das (systematische) Probieren eine angemessene Lösungsstrategie sein (zum Beispiel bei Aufgabe 2 in Testheft C (II), Aufgabe 6 in Testheft B (II) und Aufgabe 12 in Testheft C (II), Aufgabe 2 in Testheft B (II), Aufgabe 6 in Testheft C (II) und Aufgabe 9 in Testheft C (II) muss darüber hinaus ein Verständnis über Einheiten und deren Beziehungen gegeben sein, da hier die Auffassung und Darstellung von Geldbeträgen in unterschiedlichen Schreibweisen gefordert ist. Bei Aufgabe 9 in Testheft C (II), Aufgabe 2 in Testheft B (II), Aufgabe 6 in Testheft C (II) und Aufgabe 12 in Testheft C (II) und Aufgabe 12 in Testheft C (II) und Aufgabe 12 in Testheft C (II) aufgabe 12 in Testheft C (II) und Aufgabe 12 in Testheft C (III) aufgabe 12 in Testheft C (III) ist eine Größenvorstellung im Bereich "Geld" zwar nicht notwendig, um diese korrekt lösen zu können, aber um das gefundene Ergebnis zu überprüfen, kann diese hilfreich sein.

Die <u>Aufgabe 9 in Testheft C (II)</u> setzt an dem Verständnis für Einheiten an, da die Kommaschreibweise (1,98 €) richtig erlesen und gedeutet werden muss (1 € und 98 Cent). Die Schülerinnen und Schüler sollten zudem aufgrund eines Zahlenblicks bzw. Verständnisses für die Zusammenhänge zwischen Einheiten und Untereinheiten erkennen, dass der Betrag von 1,98 € auf 2 € aufgerundet werden kann, um leichter berechnen zu können, wie viele Mangos den Einkaufswert von 10 € nicht übersteigen.

Bei <u>Aufgabe 2 in Testheft B (II)</u> müssen die Kinder überlegen, wie oft der Preis für einen Lolli, also die 20 Cent in einen Euro passen, um die höchstmögliche Anzahl an Lollis zu berechnen.

Bei <u>Aufgabe 6 in Testheft C (II)</u> sollten die Kinder die im Alltag gebräuchliche Größenangabe "ein halbes Kilogramm" als "die Hälfte eines Kilogramms" interpretieren können, um auch die Hälfte des Gesamtpreises berechnen zu können. Wenn die Vorstellung: "1 € sind zweimal 50 Cent" noch nicht

sicher vorhanden ist oder "die Hälfte von 3 €" noch nicht sicher auswendig gewusst wird, werden die Kinder den Betrag wahrscheinlich zunächst in 300 Cent umrechnen, um die 3 € zu halbieren.

Um den Geldbetrag bei <u>Aufgabe 2 in Testheft C (II)</u> darzustellen, müssen die Kinder mit den existierenden Geldscheinen als Standardrepräsentanten vertraut sein. Den angegebenen Betrag müssen sie in genau fünf Teilmengen zerlegen können, die den Werten der Scheine entsprechen.

Auch die <u>Aufgabe 6 in Testheft B (II)</u> setzt voraus, dass die Kinder die Standardrepräsentanten kennen. Diese müssen sie zum Zerlegen des vorgegebenen Betrags in drei Teilbeträge nutzen können.

Zum Ermitteln der richtigen Anzahl der einzelnen Süßigkeiten in Aufgabe 12 in Testheft C (II) müssen die angegebenen Beträge zunächst jeweils verdoppelt und dann addiert werden, da mindestens zwei Stück von jeder Süßigkeit gekauft werden sollen (Leseverständnis). Wurde der vorläufige Gesamtbetrag als Cent-Betrag ausgerechnet, muss dieser in einen Euro-Betrag umgewandelt werden (100 ct = 1 €). Dann ist gut zu erkennen, dass noch 50 ct bis zum angegebenen Endbetrag fehlen und Olaf demnach noch eine weitere Waffel à 50 ct kaufen kann. Insgesamt kann sich Olaf also drei Stück von den Waffeln kaufen.

### 6.3.2 Mögliche Schwierigkeiten

### Aufgabe 9 in Testheft C (II)

4	Möglicherweise haben die Kinder falsch gerundet und mit 2,50 € pro Mango gerechnet.
z. B. <del>7</del> oder <u>8</u>	Es wurde möglicherweise falsch gerundet/abgeschätzt bzw. es ist noch kein Verständnis für Rechnen mit Näherungswerten vorhanden.
10	Es wurde nur mit ganzen Euro gerechnet, der Cent-Betrag wurde ignoriert.

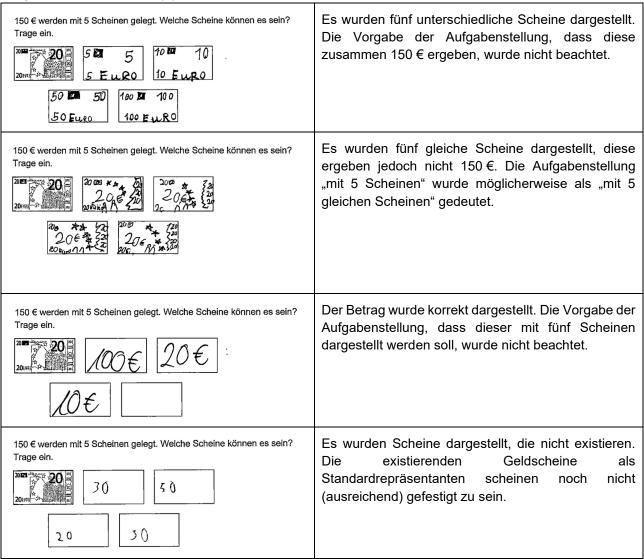
### Aufgabe 2 in Testheft B (II)

z. B. oder oder soder so	Es wurde falsch dividiert oder Umwandlung von ct in € ist nicht bekannt. Die Falschlösung 4 kann auch durch einen Fehler bei der sukzessiven Addition von 20 ct-Beträgen entstanden sein.
_3_	Es wurde falsch dividiert oder ggf. wurde eine falsche Annahme getroffen: 60 ct entsprechen 1 €, analog zur Umrechnung von min in h.

### Aufgabe 6 in Testheft C (II)

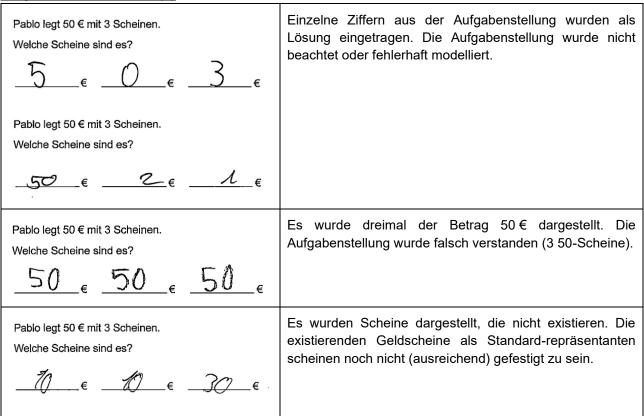
150	oder	Die Einheit wurde vergessen.
<u>2€</u> 2,50€	oder	Es wurde fehlerhaft halbiert (grobe Aufteilung der 3 € in 2 € und 1 €; nur 1 € wurde halbiert) – ggf., weil es sich bei 3 um eine ungerade Zahl handelt und für die Halbierung deshalb auf Cent-Beträge zurückgegriffen werden muss.
3 €		Der Betrag wurde nicht halbiert. Der Begriff "halb" ist nicht gefestigt oder die Aufgabenstellung wurde nicht erfasst.

### Aufgabe 2 in Testheft C (II)

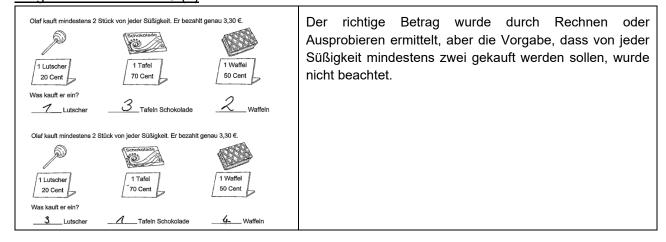


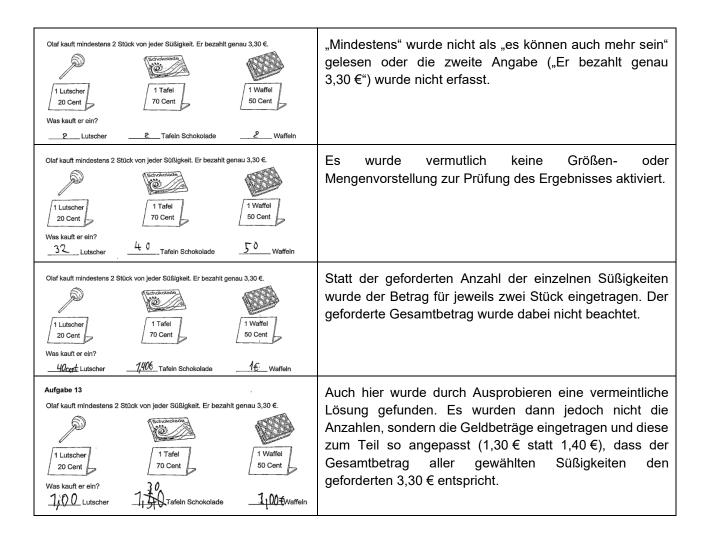
150 € werden mit 5 Scheinen gelegt. Welche Scheine können es sein? Es wurde der 105 € dargestellt. Die Betrag Verwechslung von 5€ und 50 € kann aus 20 Schwierigkeiten im Stellenwertverständnis 20€ 10€ resultieren. 50€ 5E

### Aufgabe 6 in Testheft B (II)



#### Aufgabe 12 in Testheft C (II)





### 6.3.3. Anregungen für den Unterricht

### Größenvorstellungen, Schätzen

Beim Rechnen mit Geldwerten oder Überschlagen von Preisen ist die Aktivierung von Größenvorstellungen nicht unbedingt notwendig, aber dennoch wichtig, um abschätzen zu können, ob die gefundenen Ergebnisse realistisch sind. Diese Kompetenz wird vor allem auch durch die ständige Verfügbarkeit von Taschenrechnern immer wichtiger: "Kann das Ergebnis des Taschenrechners stimmen oder habe ich einen Tippfehler gemacht?", "Kann ich mir wirklich so viel von dem Geld kaufen?"

Um Größenvorstellungen im Bereich "Geld" aufzubauen, Erfahrungen zum Geldwert von Gegenständen zu sammeln und diese realistisch einschätzen zu können, setzen sich die Schülerinnen und Schüler mit den Preisen verschiedener Waren des täglichen Bedarfs und mit Preisen für Objekte, die für die Kinder von besonderer Bedeutung sind, auseinander.

Dazu erkunden die Kinder Preise zu verschiedenen Gegenständen oder Lebensmitteln in einem nahegelegenen Supermarkt oder Spielzeugladen z. B. für ein Schulfrühstück, eine Feier etc.

Von Preislisten in verschiedenen Imbissstuben oder Bäckereien können Fotos gemacht und diese dann verglichen werden. Es kann erkundet werden, wie die Preisspanne z. B. für ein Brötchen ist. Aus Werbeflyern werden von den Schülerinnen und Schülern Waren herausgesucht, die in einer bestimmten Preisspanne liegen, z. B.: kostet weniger als 2 Euro - kostet mehr als 2 Euro oder kostet von 1 € bis 5 €.

Für die Sammlung von Repräsentanten werden von den Kindern geeignete Objekte

zusammengestellt (Fotos, Bilder aus Prospekten, selbst gemalte Bilder) und Preisspannen zugeordnet (z. B. weniger als 10 ct; 10 ct bis 1 €; 5 € bis 10 €, 10 € bis 50 € etc.). Diese Sammlung kann in individuellen Heften oder auf Plakaten erfolgen. Die gesammelten Repräsentanten werden nachfolgend als Stützpunktvorstellung genutzt.

Thematisiert wird in diesem Zusammenhang auch, ob es sinnvoll bzw. überhaupt möglich ist, den einzelnen Objekten genaue Preisangaben zuzuordnen. Es werden verschiedene Fragen diskutiert: z. B. "Warum kostet ein Becher Joghurt in den Supermärkten unterschiedlich viel?" "Warum kostet derselbe Joghurt im gleichen Geschäft nicht immer gleich viel?"

Im Unterricht schließen sich folgende Aktivitäten an (→ Kommunizieren, → Argumentieren):

- Vergleichen der Werte von vorgegebenen Gegenständen
   ("... ist mehr wert/ist weniger wert als ..."; "... kostet mehr/kostet weniger als ...")
- Auswahl, welcher der vorgegebenen Preise etwa zum Gegenstand passt
- Überprüfen oder Finden eines passenden Vergleiches für den Preis von Gegenständen (Zehn Bleistifte kosten etwa so viel wie drei Überraschungseier)
- Zuordnung von Preisen zu den Waren eines eigenen Kaufladens

### Kenntnis von Standardrepräsentanten

Im Umgang mit Geld ist die Kenntnis der Standardrepräsentanten des Geldes grundlegend. Zu den Repräsentanten der Größe "Geldwerte" gehören die verschiedenen Münzen und Scheine. Um sich diese Repräsentanten aneignen zu können, sollen die Schülerinnen und Schüler zunächst Gelegenheit haben, die Münzen und Scheine zu untersuchen und kennenzulernen. Neben Spielgeld aus Papier oder Plastik sollte immer auch echtes Geld zur Verfügung stehen, um z. B. die Ränder von Münzen untersuchen und erste Erfahrungen zum Gewicht einer Münze oder einer bestimmten Anzahl von Münzen (z. B. 100 1-Cent-Münzen) machen zu können. Die Münzen und Scheine werden gemeinsam betrachtet, charakteristische Merkmale, Gemeinsamkeiten und Unterschiede gefunden und besprochen (→ Kommunizieren). Um das Verständnis zu festigen, dass lediglich die aufgedruckte Zahl Aufschluss über den Wert der Münze oder des Scheines gibt, soll thematisiert werden, dass Größe, Farbe und Material nicht immer etwas über den Wert aussagen: z. B. ist eine 5-Cent-Münze größer als eine 10-Cent-Münze und eine 50-Cent-Münze könnte als wertvoller angesehen werden als eine 1-€-Münze, da sie vollständig "golden" ist.

Weitere Aufträge sind das Sortieren bzw. Ordnen von Münzsätzen und Geldscheinen, z. B.:

- nach der Größe der Münzen sortieren oder ordnen,
- in Euro-Münzen und Cent-Münzen sortieren,
- nach dem Wert der Münzen und Scheine ordnen

Eine Möglichkeit der Differenzierung ist dabei, Münzen aus anderen Währungen auszusortieren.

Im Unterricht sind folgende Impulse im Zusammenhang mit der Beschreibung und Sortierung von Münzen hilfreich:

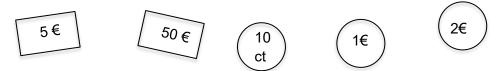
- "Warum haben die Münzen die gleiche Farbe/Prägung?"
- "Was meinst du, warum sind die Münzen unterschiedlich groß?"
- "Woran hast du erkannt, dass es eine Cent-Münze ist?"

Spielerisch kann mit: "Welche Münze/Welcher Schein fehlt?" überprüft werden, ob die Kinder alle Münzen und Scheine kennen. Dazu wird aus einem vollständigen Satz Münzen/Scheine eine Münze/ein Schein entfernt und jeweils überlegt, was fehlt.

Sind die Schülerinnen und Schüler weitestgehend sicher, können sie alle Münzen und Scheine selbstständig aufzeichnen, die Werte in eine leere Darstellung (Kreise für die Münzen, Rechtecke für Scheine) geordnet eintragen oder die Münzen durch ein Blatt Papier "durchrubbeln".

Mit dem Spiel "Was ist es?" können die Beschreibungen der Münzen und Scheine geübt werden. Dabei soll eine Münze/ein Schein ohne den Betrag zu nennen so beschrieben werden, dass man erraten kann, welche Münze bzw. welcher Schein gemeint ist (→ Kommunizieren).

Bei Aufgaben zum Zeichnen von Münzen und Scheinen bleibt die Größe unberücksichtigt. Der Wert ergibt sich durch die im Kreis oder Rechteck notierte Zahl mit der entsprechenden Einheit.



Beim Zeichnen von Münzen muss explizit thematisiert werden, dass ein Kreis mit einer 1 oder 2 sowohl Euro als auch Cent bedeuten könnte und daher für eine eindeutige Zuordnung die Einheit Euro bzw. Cent stets zu notieren ist. (

Darstellen).

Mit einem festen Satz an Münzen und Scheinen ist die Darstellung aller Geldwerte möglich. Die Schülerinnen und Schüler bestimmen damit gelegte Geldbeträge und stellen auch selbst vorgegebene Geldbeträge dar.

Weitere Aufgaben zum Legen von vorgegebenen Beträgen können mit unterschiedlichen Bedingungen verknüpft werden, z. B.:

- nur Cent-Münzen bzw. nur Euro-Münzen nutzen
- keine Münze doppelt verwenden
- mit einer vorgegebenen Anzahl von Münzen legen
- keine Scheine, nur Münzen verwenden
- zwei gleiche Scheine nutzen
- etc.

Hier bietet es sich an auch mit fehlerhaften Lösungsversuchen zu arbeiten. Mögliche Fragestellungen könnten dabei sein: "Was hat sich das Kind dabei wohl gedacht?" und "Welchen Tipp hast du für das Kind?" Dadurch werden verbreitete Fehlvorstellungen im Unterricht thematisiert und bewusst gemacht (siehe auch die Beispiele im Abschnitt "Mögliche Schwierigkeiten").

Für den Auftrag: "Finde alle Möglichkeiten, um 70 ct mit Münzen/Scheinen zu legen." kann die Darstellung in Tabellen eine gute Unterstützung sein, um das systematische Vorgehen der Schülerinnen und Schüler zu unterstützen (→ *Problemlösen*).

	1	2	5 CENT	IO LEURO CENTO	20 CENTO	50 EURO CENT
70 ct					1	1
70 ct				2		1

Um den Gesamtbetrag von mehreren Münzen zu ermitteln, müssen alle Münzwerte addiert werden. Mit den Schülerinnen und Schülern können verschiedene Strategien zum Ermitteln von Teilbeträgen thematisiert werden, z. B.:

- Münzen nach ihrem Wert sortieren und addieren. Danach werden die ermittelten Teilbeträge zu einem Gesamtwert addiert.
- Münzen in (gleiche) Teilbeträge, z. B. immer 1 €, zusammenfassen und dann alle Teilbeträge addieren.

Der Auftrag: "Welche Beträge lassen sich mit genau 2 Münzen legen?" lässt sich ebenfalls gut in der Tabelle systematisch bearbeiten (→ *Problemlösen*, → *Darstellen*).

	1	2	5 CENT	IO CENT	20	50 CENT
100 ct						2
70 ct					1	1

#### Rechnen

Für das Rechnen mit Geld eignen sich alle Einkaufssituationen, die im Unterricht mit Rollenspielen und einem Kaufladen/Klassenladen bzw. einem Flohmarktstand nachgespielt werden können. Preislisten oder mit Preisen ausgezeichnete Waren ermöglichen das Berechnen des Gesamtpreises. Die Gesamtpreise lassen sich durch Addition, häufig aber auch durch Vervielfältigen, das heißt mit Hilfe der Multiplikation, berechnen.

Beispielhafte Unterrichtssituationen sind:

- In der Einkaufssituation wird die Frage beantwortet: "Wie viel musst du insgesamt bezahlen?"
- Zu einer Preisliste und einem vorgebebenen Betrag wird z. B. eine der folgenden Fragen bearbeitet: "Was kannst du für 20 € kaufen?", "Wie viele Bücher kannst du für 20 € kaufen?"
- Für einen bestimmten Einkauf wird überlegt, ob das Geld reicht.
- Es kann auch zunächst ein Einkaufszettel geschrieben und der erwartete Gesamtpreis überschlagen werden. Das zu erwartende Rückgeld wird durch Subtraktion berechnet.

Je nach Situation muss mit den genauen Preisen gerechnet werden oder es reichen Überschläge ("Reicht das Geld?", "Wie viele Flaschen für 1,99 € kannst du maximal für 10 € kaufen?"). Gibt es eine direkte Abhängigkeit des Preises, z. B. von einer bestimmten Anzahl, von der Masse oder von der Größe, so muss die Idee des funktionalen Zusammenhangs berücksichtigt werden.

#### Beispiel:

Ermitteln des Preises pro (Portion) kg:

Wenn ein Beutel Äpfel 2,50 € kostet, dann kosten 2 Beutel Äpfel .

Anzahl der 1kg-Beutel	1	2	3	4
Preis	2 € 50 ct	5€	7 € 50 ct	10 €

In der tabellarischen Darstellung kann untersucht werden, wie sich die Veränderung der einen Größe auf die andere Größe auswirkt: Wenn sich die Anzahl der 1-kg-Beutel verdoppelt, dann sich der Preis. (→ Modellieren, → Problemlösen)

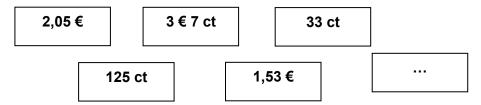
#### Verständnis von Einheiten und Untereinheiten / Umwandeln, Kommaschreibweise

Für das Verständnis zum Umwandeln von Einheiten wird die Idee des Wechselns von Cent in Euro und umgekehrt genutzt. Passende Aufträge sind z. B.:

- Tausche 1 € in Cent.
- Lege 1,50 € nur mit Cent-Münzen.
- Wechsle 205 ct in Euro und Cent. Finde verschiedene Möglichkeiten.
- Vergleiche 150 ct und 1 € 50 ct. Beschreibe, wie du vorgehst. (→ Kommunizieren,
   → Darstellen)

Um das Vergleichen verschiedener Geldbeträge und Schreibweisen aber auch das Rechnen mit Geldbeträgen zu festigen, eignet sich folgende Spielidee:

Zwei bis drei Kinder spielen miteinander. Jeder hat einen kompletten Satz mit allen Euro- und Cent-Münzen (8 Stück). In der Mitte liegt ein verdeckter Kartensatz mit Geldbeträgen (siehe unten) in verschiedenen Schreibweisen.



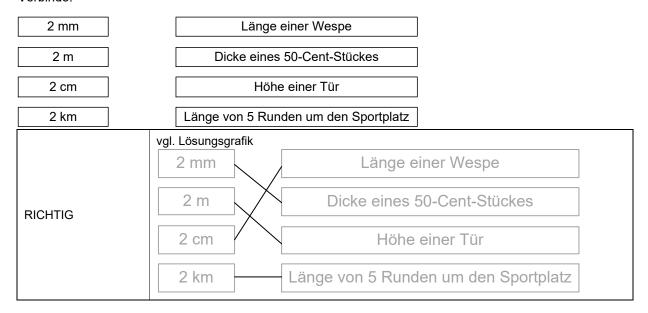
Variante 1: "Zieht eine Karte und überlegt: Kann man den Betrag mit vier Münzen legen? Wie?"

Variante 2: "Jeder legt einen Betrag aus 4 Münzen. Deckt eine Karte des Kartensatzes auf. Wessen Betrag ist am nächsten am Betrag der Karte? Wer am nächsten dran ist, erhält die Karte. Sieger ist, wer am Ende die meisten Karten besitzt."

## 6.4 Aufgaben zu Längen

#### Aufgabe 14 in Testheft C (II)

Verbinde.



# Teilaufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	III
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	Standardeinheiten aus den Bereichen Geldwerte, Längen, Zeitspannen, Gewichte und Rauminhalte kennen (4.1.a)

# Aufgabe 14 in Testheft B (II)

Welches Kind ist am kleinsten? Kreuze an.

	Alisa	Pablo	Ute	Lara	
	1 m 55 cm	1,5 m	1,05 m	1 m 50 cm	
RICI	HTIG	Nur das 3. Kästchen wu	ırde angekreuzt.		

## Teilaufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	II
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln) (4.1.d)

# Aufgabe 4 in Testheft B (II)

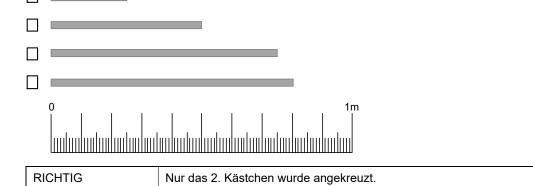
Wie lang ist eine Fliege Kreuze an.	ungefähr?			
9 mm	9 m	9 cm	9 km	
RICHTIG	Nur das 1. Kästch	en wurde angekreuzt.		

Anforderungsbereich	Reproduzieren (I)
Kompetenzstufe	I
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)

Bildungsstandards	Standardeinheiten aus den Bereichen Geldwerte, Längen, Zeitspannen, Gewichte und
inhaltsbezogene	Rauminhalte kennen (4.1.a)
Kompetenzen	

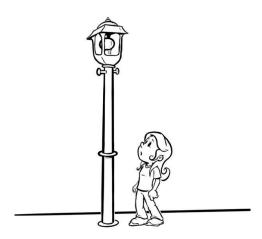
# Aufgabe 9 in Testheft B (II)

Linda misst die Streifen mit dem Metermaß. Welcher Streifen ist einen halben Meter lang? Kreuze an.



Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	im Alltag gebräuchliche einfache Bruchzahlen im Zusammenhang mit Größen kennen und verstehen (4.1.e)

# Aufgabe 7 in Testheft B (II)



Yasemin aus der 3. Klasse steht neben der Laterne.

Wie hoch ist die Laterne ungefähr? Kreuze an.

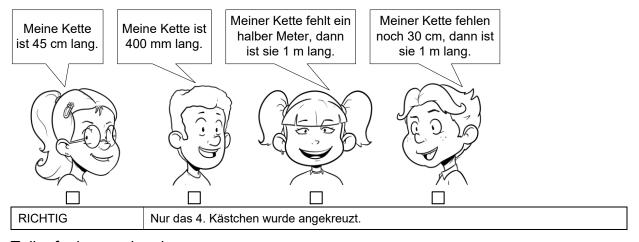
RICHTIG	Nur das 2. Kästche	en wurde angekreuzt.		
1 m	3 m	5 m	7 m	

## Teilaufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	II .
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	wichtige Bezugsgrößen aus der Erfahrungswelt zum Lösen von Sachproblemen heranziehen (4.2.b)

## Aufgabe 5 in Testheft C (II)

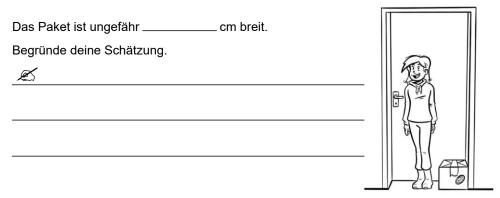
Wer hat die längste Kette aufgefädelt? Kreuze an.



Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)

Kompetenzstufe	III
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3); eigene Vorgehensweisen beschreiben, Lösungswege anderer verstehen und gemeinsam darüber reflektieren (2.1)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln) (4.1.d); im Alltag gebräuchliche einfache Bruchzahlen im Zusammenhang mit Größen kennen und verstehen (4.1.e)

# Aufgabe 11 in Testheft C (II)



RICHTIG	Es wurde ein Wert zwischen 20 cm und 40 cm angegeben UND es wurde eine Begründung gegeben, in der ein Bezugswert genannt wird, z. B.:			
	<ul> <li>Weil eine Tür 60 cm breit ist, ist das Paket 20 cm breit.</li> <li>Weil der Arm bis zum Ellbogen 30 cm lang ist.</li> </ul>			
	Als Breite der Tür gelten Werte zwischen 60 cm und 120 cm als richtig.			
	ODER, die auf einem passenden Erfahrungswert basiert, z. B.:			
	<ul> <li>Die Hälfte von so einem Paket sind etwa 15 cm.</li> <li>Bei meiner Mama habe ich so ein Paket gemessen.</li> </ul>			
FALSCH	Es wurde ein anderer Wert angeben UND/ODER es wurde keine, eine falsche oder unvollständige Begründung gegeben, z. B.:			
	<ul> <li>Pakete können groß und klein sein.</li> <li>Es sieht so aus wie 25 cm.</li> <li>Weil ein Paket ist meistens nicht so groß wie 1m.</li> </ul>			

Anforderungsbereich	Verallgemeinern und Reflektieren (III)
Kompetenzstufe	V
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	Begründungen suchen und nachvollziehen (3.3); Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen (4.1)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	wichtige Bezugsgrößen aus der Erfahrungswelt zum Lösen von Sachproblemen heranziehen (4.2.b)

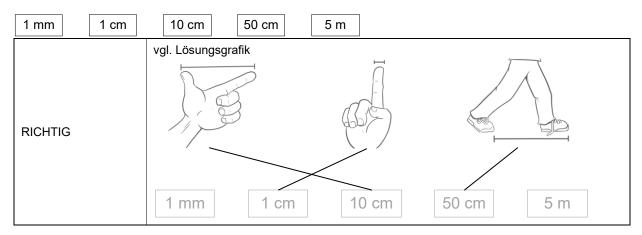
# Aufgabe 7 in Testheft C (II)

Welche Größenangaben passen? Verbinde. Zwei Angaben bleiben übrig.









# Teilaufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Reproduzieren (I)
Kompetenzstufe	III
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	Grundlegende Fertigkeiten (0)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	Repräsentanten für Standardeinheiten kennen, die im Alltag wichtig sind (4.1.c)

# 6.4.1 Aufgabenbezogener Kommentar

	Größen- vorstellung	Kenntnis von Standardre- präsentanten	Messen	Verständnis für Einheiten, Umwandeln	Rechnen
Aufgabe 14 in Testheft C (II)	x	x			
Aufgabe 14 in Testheft B (II)				x	
Aufgabe 4 in Testheft B	x	x			
Aufgabe 9 in Testheft B (II)			x		

Aufgabe 7 in Testheft B (II)	x	(x)	x		
Aufgabe 5 in Testheft C (II)				x	x
Aufgabe 11 in Testheft C (II)	x	x		(x)	
Aufgabe 7 in Testheft C	x	x			

### Über Größenvorstellung verfügen

Das Lösen der Aufgabe 7 in Testheft B (II) und der Aufgabe 11 in Testheft C (II) erfordert eine zentrale Kompetenz im Umgang mit Größen: das Anwenden von Größenvorstellungen. Gleiches gilt für die Aufgabe 4 in Testheft B (II), da die Kinder hier eine ungefähre Vorstellung von der Größe einer ihnen aus dem Alltag bekannten Fliege haben müssen, um dieser die richtige Länge zuordnen zu können (ggf. auch über ein Ausschlussverfahren). Für die Bearbeitung der Aufgabe 7 in Testheft B (II) sollten die Schülerinnen und Schüler hingegen über eine tragfähige Vorstellung von der Größe eines Grundschulkindes verfügen, während sie bei Aufgabe 11 in Testheft C (II) z. B. auf eine Vorstellung von der Breite einer Tür als typischer Repräsentant der Standardeinheit 1 m zurückgreifen können. Im ersten Fall muss die Vorstellung von der Größe eines Kindes dann vervielfacht (in die Laterne "hineingemessen") werden, um die Größe der Laterne ungefähr angeben zu können. Im zweiten Fall muss die Vorstellung von der Breite einer Tür mit der Breite des Pakets in der Abbildung in Beziehung gesetzt werden, um die Breite des Pakets abschätzen zu können. Es sollen also Größenvorstellungen von vertrauten Objekten (die Größe eines Kindes, die Breite einer Tür) genutzt werden, um weniger vertraute Größen (die Höhe einer Laterne, die Breite des Pakets) einschätzen zu können. Bei der Aufgabe 11 in Testheft C (II) müssen die Kinder ihre Schätzung zudem nachvollziehbar begründen, indem sie entweder auf die Verhältnisse im Bild hinweisen oder begründete Alltagserfahrungen heranziehen.

Neben Größenvorstellungen ist für die erfolgreiche Bearbeitung der <u>Aufgabe 14 in Testheft C (II)</u> und der <u>Aufgabe 7 in Testheft C (II)</u> die Kenntnis der Standardeinheiten aus dem Bereich "Längen" notwendig, da die Schülerinnen und Schüler bei beiden Aufgaben verschiedenen Größenangaben passende Repräsentanten zuordnen müssen. Sie müssen nicht nur eine Vorstellung von den angegebenen Objekten (z. B. die Höhe einer Tür) bzw. Körpermaßen (z. B. die Breite eines Zeigefingers) haben, sondern auch von den Längen der Standardeinheiten. Darüber hinaus kann die <u>Aufgabe 7 in Testheft C (II)</u> durch reines Wissen gelöst werden, wenn die Körpermaße als typische Repräsentanten der Standardeinheiten gelernt wurden.

#### Messen und im Alltag gebräuchliche einfache Bruchzahlen anwenden

Bei der <u>Aufgabe 9 in Testheft B (II)</u> müssen die Kinder zunächst den Begriff "ein halb" im mathematischen Zusammenhang (oder in Form von "die Hälfte von etwas") kennen. Sie müssen wissen, dass 1 m = 100 cm und  $\frac{1}{2}$  m = 50 cm sind. Zudem muss ihnen das Messen mit standardisierten Messgeräten vertraut sein, um letztlich entscheiden zu können, welcher Streifen eine Länge von 50 cm bzw. 0.5 m bzw.  $\frac{1}{2}$  m hat. Das Wissen um "1 m = 100 cm und  $\frac{1}{2}$  m = 50 cm" ist auch nötig, um die Aufgabe 5 in Testheft C (II) erfolgreich lösen zu können. Auch die Aufgabe 7 in

<u>Testheft B (II)</u> erfordert eine wichtige Kompetenz im Zusammenhang mit Messen: Die Länge des Kindes wird wiederholt an der Laterne abgetragen, um die Länge dieser zu messen, bzw. abschätzen zu können. Dabei handelt es sich um ein Messen mit einem nichtstandardisierten Repräsentanten: "Das Kind passt zweimal in die Laterne und die Laterne ist dann noch ein bisschen länger".

#### Zusammenhänge zwischen Längenangaben sowie unterschiedlichen Schreibweisen

Bei der Aufgabe 14 in Testheft B (II) müssen die Schülerinnen und Schüler Längenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen vergleichen und dann die kleinste Längenangabe identifizieren. Das Vergleichen erfordert dabei Kenntnisse über die Einheit "Meter" mit der Untereinheit "Zentimeter" und deren Umwandlungszahl, da sich die Antwortoptionen alle aus den Ziffern 1, 5 und 0 zusammensetzen und diese somit nur auf Grundlage eines Verständnisses der Schreibweisen miteinander verglichen werden können.

Auch bei der <u>Aufgabe 5 in Testheft C (II)</u> sind Längenangaben in verschiedenen Schreibweisen dargestellt und müssen teilweise sogar erst noch berechnet werden, um sie miteinander vergleichen und so die längste Perlenkette auswählen zu können. Dazu kann es hilfreich sein, alle Angaben in die gleiche Maßeinheit umzurechnen. Hier bietet sich als Maß "Zentimeter" an. Dafür ist ein Verständnis der Einheiten "Millimeter," "Zentimeter" und "Meter" sowie deren Umwandlungszahlen notwendig. Zusätzlich müssen die Schülerinnen und Schüler den Ausdruck "ein halber Meter" verstehen, der ihnen aus dem Alltag bekannt sein sollte (halbe Stunde, halbe Pizza …). Wenn die Vorstellung von der "Hälfte" zugrunde liegt und die Umrechnungszahl bekannt ist, sollte den Kindern klar sein, dass es sich um 50 cm handelt.

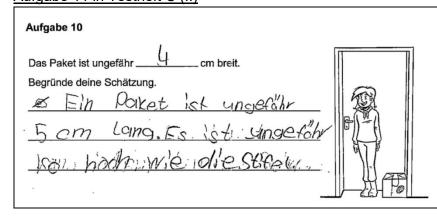
### 6.4.2 Mögliche Schwierigkeiten

#### Über Größenvorstellung verfügen

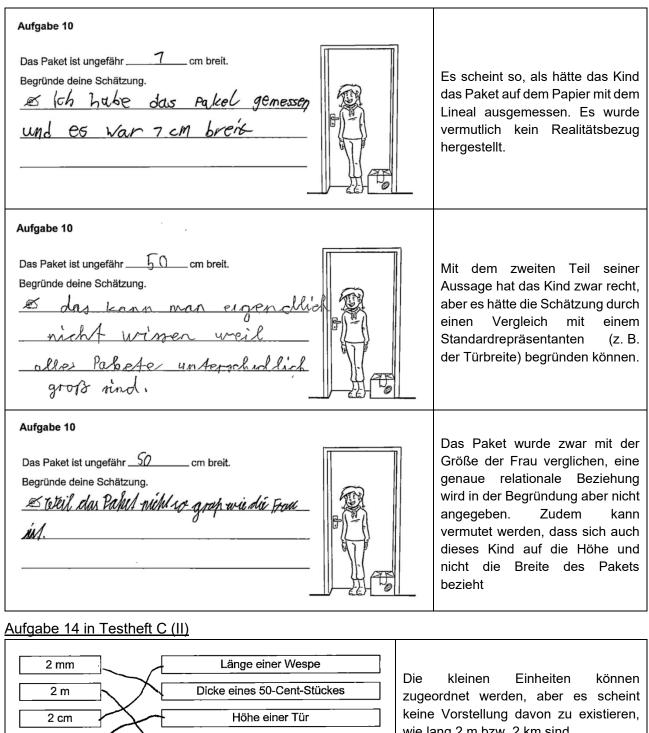
#### Aufgabe 7 in Testheft B (II)

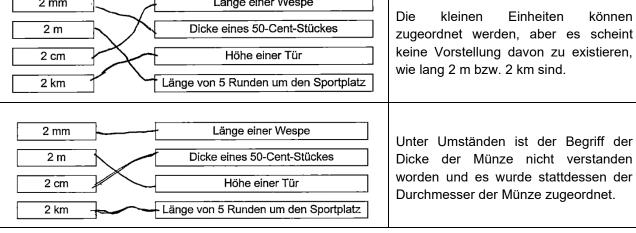
Fehler ergeben sich bei dieser Aufgabe durch eine unzureichend ausgebildete Größenvorstellung (Vorstellung von der Größe eines Kindes) und/oder durch fehlerhaftes gedankliches/visuelles Vergleichen mit der Laterne bzw. Hineinmessen der Größe des Kindes in die Größe der Laterne. Der am häufigsten genannte Fehler "5 m" könnte auf den Versuch des Kindes zurückzuführen sein, die abgebildete Laterne mit ihnen bekannten Laternen abzugleichen und deren Größe zu schätzen. Die Antwort "1 m" wird von den meisten Kindern vermutlich aufgrund des Größenvergleichs mit dem Kind ausgeschlossen.

#### Aufgabe 11 in Testheft C (II)

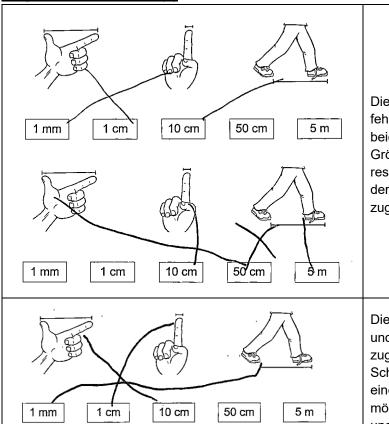


Die Größe des Pakets wurde offenbar mit der des Stiefels in Beziehung gesetzt. Dabei wurde die Größe des Stiefels jedoch falsch eingeschätzt. Darüber hinaus hat sich das Kind in seiner Begründung scheinbar auf die Höhe und nicht auf die Breite des Pakets (und des Stiefels) bezogen.

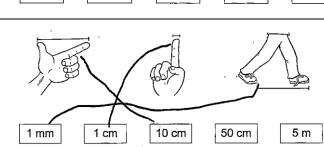




### Aufgabe 7 in Testheft C (II)



Die Aufgabenstellung wurde eventuell derart fehlinterpretiert, dass entweder die ersten beiden oder letzten beiden die Größenangaben übrigbleiben müssen. Die restlichen Werte wurden dann den Objekten der Größe nach (kurz, länger, am längsten) zugeordnet.



Die Größenangaben für den Fingerabstand Fingerbreite wurden zugeordnet. Bei der Schrittlänge, die in vielen Schulbüchern als typischer Repräsentant für einen Meter angegeben wird, hat das Kind möglicherweise das zweite "m" übersehen und 1 m gemeint.

Aufgabe 4 in Testheft B (II): Es ist davon auszugehen, dass Kindern eine Fliege bekannt ist. Die genaue Längenangabe wird nicht erfragt, es geht in der Aufgabe vielmehr darum, aus den vorgegebenen Antworten die passende Längenangabe (hier sogar die passende Einheit) auszuwählen. Die Optionen "9 km" und "9 m" sollten als korrekte Lösung schnell ausgeschlossen werden können, wenn die Kinder eine Vorstellung von den Einheiten "km" und "m" haben und ihnen die zugehörigen Schreibweisen vertraut sind. Die Entscheidung zwischen 9 mm und 9 cm kann dann durch ein gedankliches Vergleichen mit individuell bekannten Größen erfolgen. Bei der Fehllösung "9 cm" berücksichtigen die Kinder gegebenenfalls die Maßzahl nicht. Sie verbinden mit mm vermutlich nur ganz kleine Maße und bedenken nicht, dass 9 mm fast ein Zentimeter ist.

### Messen und im Alltag gebräuchliche einfache Bruchzahlen anwenden

Aufgabe 9 in Testheft B (II): Eine fehlerhafte Bearbeitung könnte darauf zurückzuführen sein, dass kein Verständnis für den Begriff "einen halben Meter" vorliegt, die Umrechnung 1 m = 100 cm nicht bekannt ist oder Mess- und Ableseprozesse nicht sicher beherrscht werden.

#### Zusammenhänge zwischen Längenangaben sowie unterschiedlichen Schreibweisen

<u>Aufgabe 14 in Testheft B (II)</u>: Eine mögliche Ursache für die häufige Fehllösung, dass Pablo am kleinsten ist, könnte ein oberflächlicher Blick sein, da die Längenangabe nur aus zwei Ziffern besteht und dadurch kleiner als die anderen Angaben wirkt. Ebenso ist es möglich, dass die Kinder die Größe von Pablo als 1 m und 5 cm interpretieren, demnach also einen klassischen Stellenwertfehler machen und annehmen, dass das Komma die Einheiten trennt (Fehlvorstellung: 1,5 m = 1 m und 5 cm).

<u>Aufgabe 5 in Testheft C (II)</u>: Bei dieser Aufgabe könnte eine mögliche Ursache für die Fehllösung "400 mm" sein, dass der Zahlenwert losgelöst von der Einheit sehr groß wirkt. Eine zusätzliche Schwierigkeit könnte in der Formulierung "halber Meter" liegen.

### 6.4.3 Anregungen für den Unterricht

#### Über Größenvorstellung verfügen

Größenvorstellungen entwickeln sich vor allem durch handlungsorientiertes Arbeiten, indem vielfältige Gelegenheiten zum Vergleichen, Messen und Schätzen von Größen angeboten werden. Um den Prozess des Messens zu begreifen, sollten zunächst auch selbstgewählte Maßeinheiten wie Bausteine, Stifte ... genutzt werden. Diskutieren die Schülerinnen und Schüler anschließend ihre Messergebnisse und den Messprozess, können die Vorteile von standardisierten Einheiten und Messinstrumenten erarbeitet werden. Durch konkrete Messerfahrungen mit standardisierten Messinstrumenten können sich dann Stützpunktvorstellungen entwickeln und die Kinder lernen, bekannte Gegenstände aus ihrem Alltag zur Größeneinschätzung zu nutzen (z. B. indem die Größe eines zu schätzenden Objekts gedanklich mit einer Stützpunktvorstellung verglichen wird).

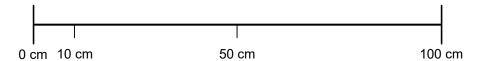
Wenn die Kinder Gegenstände entdeckt haben, die für sie besonders gut eine Größe repräsentieren, können diese auf Plakaten gesammelt und veröffentlicht werden. Hierzu bietet sich das Anlegen einer Fotosammlung oder -collage von Gegenständen an:

- 7. Die jeweiligen genauen Größenangaben (Maßzahl und Maßeinheit) sollten notiert werden.
- 8. Als Stützpunktvorstellungen für eine *ungefähre* Länge (z. B. 10 cm) könnte die Überschrift des Posters lauten: "Was ist ungefähr 10 cm lang?"
- 9. In diesem Zusammenhang können verschiedene Gegenstände gemeinsam, in Partneroder Einzelarbeit gemessen werden (z. B. mit dem Ziel, Gegenstände mit der (ungefähren) Länge 10 cm, 1 m, ... zu finden) mit anschließender Sicherung der Messergebnisse in einer Plakatsammlung.
- 10. Als Repräsentanten zu den Standardeinheiten der Längen bis zu einem Meter können die Körpermaße der Kinder dienen. Diese sind immer parat und damit stets einsetzbar.

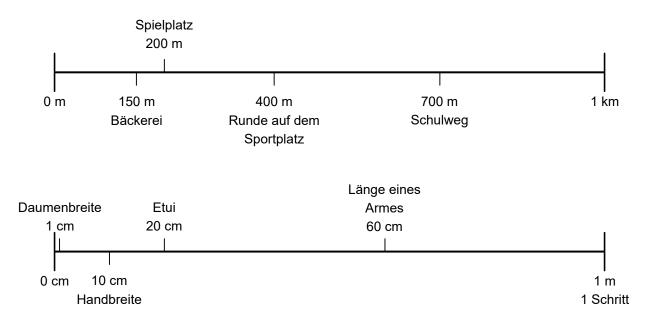
#### Herstellen eines "Größenstrahls"

Analog zu einem Zahlenstrahl kann ein sog. "Größenstrahl" vorgegeben werden, der zunächst keine Skalierung vorsieht. Vielmehr können verschiedene Gegenstände auf dem "leeren" Größenstrahl verortet werden. Für die Größe "Länge" werden die Relationsbegriffe "... ist kürzer/länger als" oder "... ist genauso lang wie ..." genutzt, um über die Anordnung der Gegenstände zu sprechen oder um neue Gegenstände einzuordnen.

Am "Größenstrahl" können dann Größenangaben als Ankerpunkte eingetragen werden:



Nun können Gegenstände (gezeichnet, ausgeschnitten, digital) am Größenstrahl entsprechend der Skalierung verortet werden:



Die *Prozessbezogenen Kompetenzen* (→ *Kommunizieren*, → *Argumentieren*) werden bei folgenden Aktivitäten gefordert:

- 11. eigene Vorgehensweisen beim Messen beschreiben
- 12. Messergebnisse auf Korrektheit (über)prüfen
- 13. Messstrategien anderer verstehen
- 14. Messstrategien und Schätzstrategien anderer gemeinsam besprechen und beraten

### Messen und im Alltag gebräuchliche einfache Bruchzahlen anwenden

Um das Prinzip des Messens (nicht-standardisierte und standardisierte Einheitsmaße auswählen, wiederholt nutzen und ggf. in Beziehung zu Untereinheiten setzen) zu verstehen, sind konkrete Handlungserfahrungen mit unterschiedlichen Gegenständen und Messinstrumenten vonnöten. Die gezielte Auseinandersetzung mit verschiedenen Skalierungen ist wichtig und auch die Funktion der Null als Startpunkt der Messung/Skalierung sollte thematisiert werden.

Dafür bietet sich u. a. der Sportunterricht an, da dieser zahlreiche Lernanlässe zum Messen bietet. Die Kinder können hier z. B. ihre möglichen Ergebnisse beim Weit- oder Hochsprung im Vorfeld einschätzen, messen und ihre Schätzungen dann mit den tatsächlich erzielten Weiten vergleichen oder ein Spielfeld mit Schrittlängen ausmessen.

Zudem können Situationen aus dem Alltag der Kinder (zum Beispiel Messen an einer Messlatte) genutzt werden, um eigene einfache Sachaufgaben zu formulieren.

Ein Beispiel: "Hier siehst du Rafael, der wissen will, wie groß er ist. Erfinde eigene Sachaufgaben, die mit Rafael und seiner Größe zu tun haben."

Mögliche einfache, selbst erfundene Sachaufgaben könnten dann z. B. die folgenden sein:

"Wie groß ist Rafael?", "Wie viel Millimeter ist Rafael groß?", "Paul ist 10 cm kleiner als Rafael. Wie groß ist Paul?", "Wie viel fehlt von Rafaels Größe bis zu zwei Metern?", …

verden, nn, z. B. "gewachsen",

160 -150 -

Besonderes Augenmerk sollte auf unterschiedliche Formulierungen gelegt werden, deren Bedeutung im Rahmen von Unterrichtsgesprächen geklärt werden kann, z. B. "gewachsen", "weiter", "kleiner", "größer", "höher" ... Diese Begriffe können dann in Sachaufgaben eingebunden und genutzt werden.

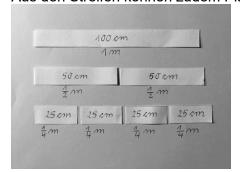
Weitere mögliche Übungen:

- Maßband erstellen: "Erstelle aus einem Papierstreifen ein Maßband. Erkläre deinem Partner/deiner Partnerin wie du vorgegangen bist." (anschließendes Messen verschiedener Gegenstände/Strecken mit dem selbst erstellten Maßband in Partnerarbeit)
- Strecken zeichnen: "Zeichne kleine Strecken, die immer ein bisschen länger werden. Schreibe die Längen dazu."
- Ablaufen verschiedener Strecken mit einem Messrad; vorab Strecken schätzen lassen; während dem Ablaufen mitzählen
- Knöpfe-Klimpern: "Jeder bekommt einen Knopf. Schnipst nacheinander eure Knöpfe in Richtung des Zieles (Muggelstein/Wand/etc.) Wer am nächsten dran ist, gewinnt. Die Schnur/das Maßband/der Zollstock hilft beim Messen."

**Brüche** stellen einen Teil eines Ganzen dar und begegnen den Kindern häufig in Alltagssituationen, wie z. B. beim Teilen einer Pizza oder eines Kuchens.

Weiterführende Übungen zu Brüchen im Bereich "Längen" könnten sein:

- "Teile eine Schnur, einen Strohhalm, einen Streifen Papier in zwei oder vier gleichgroße Teile. Schreibe die jeweiligen Längen der Abschnitte dazu. Wie bist du vorgegangen?"
- Parallel dazu kann ein Wortspeicher entwickelt werden, der z. B. die folgenden Begriffe und Phrasen enthalten kann:
  - o "das Ganze", "der Bruchteil", "der Anteil"
  - "ein Teil vom Ganzen"
  - o "gleich groß", "gleich lang"
  - o "ganz", "halb", ....
  - o "ein Viertel", "ein Achtel", ...
  - o "Bruchzahl"
- Aus den Streifen können zudem Plakate wie das folgende erstellt werden:



Copyright Foto: IQB

• verschiedene Aufgaben, in denen Bruchteile von Strecken ermittelt werden sollen (z. B. eine Strecke auf vier Läufer aufteilen)

Herstellen eines Heftes über Brüche

#### Zusammenhänge zwischen Längenangaben sowie unterschiedliche Schreibweisen

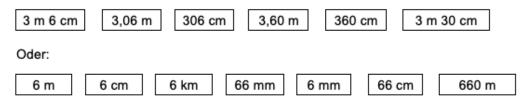
Das Vergleichen von Längenangaben in verschiedenen Schreibweisen und das Rechnen mit Längenangaben sind jeweils komplexe Aktivitäten und sollten daher nicht unbedingt gleichzeitig thematisiert werden. Für das Vergleichen und Rechnen sollten die Kinder zunächst lernen, Längenangaben umzuwandeln und in unterschiedlichen Schreibweisen darzustellen.

Aktivitäten zur Thematisierung der unterschiedlichen Schreibweisen können z. B. die folgenden sein:

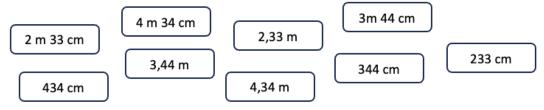
• Lernplakat mit den Umrechnungszahlen, z. B.:



- Größen selbst messen, der Länge nach ordnen und in verschiedenen Schreibweisen darstellen (z. B. Gegenstände im Klassenzimmer, Körpergrößen der Kinder)
- verschieden lange Streifen der Länge nach ordnen; Maße auf den Streifen notieren; zwei (oder mehrere) dieser Streifen aneinanderlegen, messen oder/und die Gesamtlänge aus den Einzelmaßen errechnen
- den Unterschied bzw. die Gemeinsamkeiten zwischen den folgenden visuell ähnlichen Längenangaben beispielgebunden und anhand von Messaktivitäten besprechen:



- Gegenständen Größenangaben zuordnen, die in verschiedenen Schreibweisen angegeben sind: Breite Haus, Höhe Tür, Höhe Tisch, Sitzhöhe Stuhl, Länge Buch, Länge Radiergummi – 7,50 m, 2 m 50 cm, 0,75 m, 45 cm, 25 cm, 0,05 m
- Memory mit Repräsentanten (reale Objekte oder Bilder von realen Objekten) und den zugehörigen Längenangaben (unterschiedliche Schreibweisen verwenden)
- Memory mit gleichen Längen in unterschiedlicher Schreibweise, z. B.:



Ergänzen der jeweils fehlenden Schreibweisen:

in Zentimeter	245 cm	318 cm			89 cm
in Meter & Zentimeter	2 m 45 cm			2 m 9 cm	
in Meter	2,45 m		1,70 m		

# 6.5 Aufgaben zu Gewicht und Einheiten

# Aufgabe 5 in Testheft B (II)

Eine Büroklammer wiegt ungefähr \_\_\_\_\_\_.

RICHTIG	Es wurde ein Gewicht zwischen 1 g und 3 g eingetragen. Die Angabe der Maßeinheit, als Einheitszeichen oder als ausgeschriebenes Wort, ist erforderlich.

## Teilaufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Reproduzieren (I)
Kompetenzstufe	III
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	Repräsentanten für Standardeinheiten kennen, die im Alltag wichtig sind (4.1.c)

# Aufgabe 3 in Testheft B (II)

Welche Einheiten passen? Verbinde.

Länge der Autobahn	Minuten
Länge der Pause	Kilometer
Gewicht eines Beutels mit Kartoffeln	Gramm
Gewicht eines Kaugummis	Kilogramm

	vgl. Lösungsgrafik	
	Länge der Autobahn	Minuten
RICHTIG	Länge der Pause	Kilometer
	Gewicht eines Beutels mit Kartoffeln	Gramm
	Gewicht eines Kaugummis	Kilogramm

Anforderungsbereich	Reproduzieren (I)
Kompetenzstufe	

Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)	
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	mit geeigneten Einheiten und unterschiedlichen Messgeräten sachgerecht messen (4.2.a)	

# Aufgabe 3 in Testheft C (II)

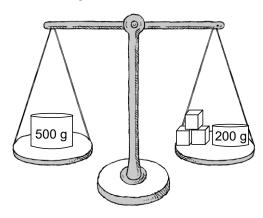
Welche Einheiten passen? Verbinde.

Höhe des Ries	senrads	min	
Preis für eir	n Eis	m	
Dauer einer Fahrt mit	der Achterbahn	g	
Gewicht eines Retti	ungswagens	€	
Gewicht einer Tüt	e Mandeln	t	
RICHTIG	vgl. Lösungsgrafik  Höhe des Riese  Preis für ein  Dauer einer Fahrt mit de  Gewicht eines Rettur	Eis er Achterbahn	min  m  g  €
	Gewicht einer Tüte	Mandeln	t

Anforderungsbereich	Reproduzieren (I)
Kompetenzstufe	II
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	mit geeigneten Einheiten und unterschiedlichen Messgeräten sachgerecht messen (4.2.a)

# Aufgabe 10 in Testheft B (II)

Wie viel wiegt einer dieser Würfel?



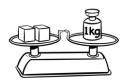
Ein Würfel	wiegt	g	
LIII VVAIIOI	wiege	 Э	•

I RICHTIG	100 [g]
141011110	100 [9]

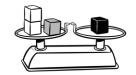
Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	II
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1); Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	funktionale Beziehungen in Sachsituationen erkennen, sprachlich beschreiben (z.B. Menge - Preis) und entsprechende Aufgaben lösen (3.2.a); Größen vergleichen, messen und schätzen (4.1.b)

# Aufgabe 13 in Testheft C (II)

Würfel mit gleicher Farbe haben das gleiche Gewicht.







Der schwarze Würfel wiegt \_\_\_\_\_ kg.

RICHTIG	4 [kg]

### Teilaufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	IV
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	Größen vergleichen, messen und schätzen (4.1.b)

# Aufgabe 8 in Testheft B (II)



Für ein Kilogramm Nudeln brauche ich \_\_\_\_\_\_dieser Pakete.

RICHTIG	2 [dieser Pakete]
---------	-------------------

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)		
Kompetenzstufe	II		
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)		
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	Sachaufgaben mit Größen lösen (4.2.d)		

# Aufgabe 8 in Testheft C (II)

In einer Tüte sind 3 Äpf Kreuze an.	el. Wie schwer ist o	diese Tüte ungefähr?		
50 kg	5 kg	500 g	50 g	
RICHTIG	Nur das 3. Kästche	en wurde angekreuzt.		
Teilaufgabenmerkma	ale			
Anforderungsbereich	Zusammenhänge l	herstellen (II)		
Kompetenzstufe	III			
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	mathematische Aussagen hinterfragen und auf Korrektheit prüfen (3.1)			
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	in Sachsituationen schätzen (4.2.c)	ı angemessen mit Näher	ungswerten rechnen, d	labei Größen begründet
Jana hat einen Korb am Der Korb darf mit 5 kg k Sie kauft ein:  1 Liter Milch 1 Paket Zucker 1 Paket Mehl und 4 Äpfel  Darf sie den Einkauf in Begründe.	oeladen werden.	□ ja □ ne	in	
RICHTIG	die Lösung sich ült aus. Schätzungen Apfel: 70 g bis 300 - 1 kg + 1 kg + - 4 Äpfel wieger - Alles zusamm	1 kg + 600 g (bis max. 1,2 n weniger als 2 kg. en wiegt 4 kg. kreuzt UND/ODER es wi	elnen Gewichte ergibt, , Zucker: 250 g, 500 g c ? kg)	ein Überschlag reicht oder 1 kg und für einen

### Teilaufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Verallgemeinern und Reflektieren (III)
Kompetenzstufe	V
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1); Begründungen suchen und nachvollziehen (3.3)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	Repräsentanten für Standardeinheiten kennen, die im Alltag wichtig sind (4.1.c); wichtige Bezugsgrößen aus der Erfahrungswelt zum Lösen von Sachproblemen heranziehen (4.2.b)

# 6.5.1 Aufgabenbezogener Kommentar

	Größen- vorstellung	Kenntnis von Standard- repräsentanten	Messen	Rechnen	Verständnis für Einheiten, Umwandeln
Aufgabe 5 in Testheft B (II)	x	x			
Aufgabe 3 in Testheft B (II)	(x)	(x)			x
Aufgabe 3 in Testheft C (II)	(x)				x
Aufgabe 10 in Testheft B (II)			x	x	
Aufgabe 13 in Testheft C (II)			x	(x)	
Aufgabe 8 in Testheft B (II)				x	x
Aufgabe 8 in Testheft C (II)	х	(x)		(x)	
Aufgabe 13 in Testheft B (II)	x	x		x	

Für die <u>Aufgabe 5 in Testheft B (II)</u> benötigen die Schülerinnen und Schüler Stützpunktwissen. Sie sollten Repräsentanten für Standardeinheiten kennen, die im Alltag wichtig sind (wie in diesem Fall 1 g für eine Büroklammer). Regelmäßige Vergleichs- und Messerfahrungen tragen dabei entscheidend zum Aufbau von Stützpunktwissen bzw. Stützpunktvorstellungen bei.

Die <u>Aufgabe 3 in Testheft B (II)</u> und die <u>Aufgabe 3 in Testheft C (II)</u> vereinen jeweils verschiedene Größenbereiche und Einheiten in einer Aufgabe, in der die Schülerinnen und Schüler verschiedene Sachkontexte (Dauer einer Achterbahnfahrt, Länge einer Autobahn) mit der jeweils passenden Einheit verbinden müssen.

Die Sachkontexte der <u>Aufgabe 3 in Testheft B (II)</u> enthalten die Größenbereiche "Zeit", "Länge" und "Gewicht". Die Schülerinnen und Schüler müssen erkennen, dass der Begriff "Länge" hier zeitlich und räumlich interpretiert werden muss. Für die Bewältigung der Aufgabenteile, die die Größe "Gewicht" thematisieren, müssen die Schülerinnen und Schüler zudem zwei unterschiedliche Einheiten (Gramm und Kilogramm) passend zuordnen und somit auch Größenvorstellungen zu den gegebenen Sachkontexten aktivieren.

Die Sachkontexte der <u>Aufgabe 3 in Testheft C (II)</u> umfassen zudem noch den Größenbereich "Geld". Auch bei dieser Aufgabe müssen die Kinder im Größenbereich "Gewicht" zwei unterschiedliche Einheiten (g und t) differenzieren und hierfür entsprechende Größenvorstellungen zu den Einheiten aktivieren.

Für die <u>Aufgabe 10 in Testheft B (II)</u> und die <u>Aufgabe 13 in Testheft C (II)</u> benötigen die Schülerinnen und Schüler Erfahrungen beim Messen mit Tafel- und Schalenwaagen. Ihnen sollte bewusst sein, dass die Objekte auf der linken und der rechten Seite der Waage gleich viel wiegen, wenn die Waagschalen auf gleicher Höhe stehen. Werden in diesem Zusammenhang genormte Einheiten, z. B. in Form von Wägestücken, verwendet, können die Messergebnisse mit Maßzahl und Einheit berechnet und angegeben werden.

Für die <u>Aufgabe 8 in Testheft B (II)</u> benötigen die Schülerinnen und Schüler Kenntnisse über die Standardeinheiten aus dem Größenbereich "Gewicht" und deren Beziehung zueinander. Sie müssen wissen, dass 1 kg das Gleiche wie 1000 g ist. Mit diesem Wissen kann die Anzahl der benötigten Pakete berechnet werden.

Die Schülerinnen und Schüler müssen für die Aufgabe 8 in Testheft C (II) über tragfähige Größenvorstellungen verfügen. Sie sollten also durch wiederholte Wiege-Vergleichserfahrungen gelernt haben, das Gewicht von Alltagsgegenständen einzuschätzen und zu erkennen, dass 50 kg und 5 kg für drei Äpfel zu schwer und 50 g zu leicht wären. Zudem sollten sie Maßeinheiten wie Gramm und Kilogramm sowie deren Zusammenhänge (1000 g = 1 kg) verstehen, um die Antwortmöglichkeiten sinnvoll einordnen und 500 g als realistische Antwortoption erkennen zu können. Typische Stützpunktgewichte, wie etwa 250 g für eine Butterpackung, 100 g für eine Tafel Schokolade oder 1000 g für einen Liter Milch, erleichtern die Schätzung, dass ein Apfel etwa 150 g wiegt, sodass 500 g für drei Äpfel als passende Antwort erscheint bzw. dass 5 kg für drei Äpfel ein zu schweres Gewicht wäre.

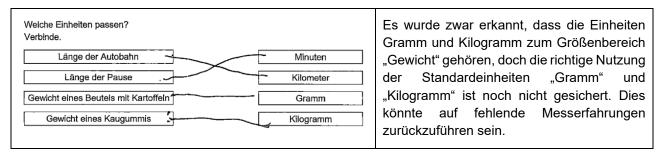
Für die Aufgabe 13 in Testheft B (II) benötigen die Schülerinnen und Schüler zum einen Kenntnisse über Standardrepräsentanten. Sie müssen wissen, dass 1 Liter Milch 1 kg wiegt, dass Gleiches in der Regel auch für ein Paket Zucker bzw. Mehl gilt und dann folgern, dass 1 Liter Milch, 1 Paket Zucker und 1 Paket Mehl zusammen also 3 kg wiegen. Zum anderen benötigen die Schülerinnen und Schüler eine Vorstellung davon, wie viel Gewicht vier Äpfel ungefähr haben, indem sie entweder das Gewicht von vier Äpfeln schätzen oder das Gewicht eines Apfels schätzen und mal vier nehmen. Nachfolgend können sie die Gewichte addieren oder überschlagen. Es ist auch möglich, sich mit einer Schätzung dem Gesamtgewicht zu nähern. Sie entscheiden, ob das Gewicht größer oder kleiner als 5 kg ist und kreuzen entsprechend ihrer Entscheidung an. Anschließend formulieren die Schülerinnen und Schüler eine Begründung. Dies ist in Form einer Rechnung, einer Überschlagsrechnung oder einer verbalen Beschreibung möglich.

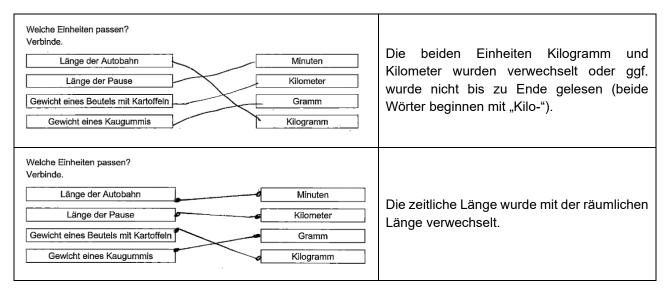
# 6.5.2 Mögliche Schwierigkeiten

### Aufgabe 5 in Testheft B (II)

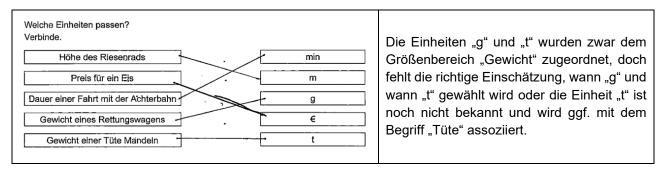
Eine Büroklammer wiegt ungefähr	Ggf. ist noch unklar, in welchem Verhältnis die Einheiten kg und g zueinanderstehen und wie diese passend verwendet werden. Es scheinen keine tragfähigen Stützpunktvorstellungen zu den beiden Einheiten vorzuliegen.
Eine Büroklammer wiegt ungefähr g	Die Einheit g wurde richtig angegeben, aber nicht mit einer konkreten Maßzahl in Verbindung gesetzt. Ursächlich dafür könnte sein, dass noch keine genaue Gewichtsvorstellung von kleinen Einheiten entwickelt wurde, so dass die Maßeinheit "Gramm" nicht präzise quantifiziert werden kann.
Eine Büroklammer wiegt ungefähr <u>0,5 <b>g m</b></u> g <u> </u>	Die Antwort weist auf Unsicherheiten bei der Wahl der passenden Gewichtseinheit und Größenordnung hin. Es könnte die Vorstellung dahinterstecken, dass es sich um einen sehr leichten Gegenstand handelt – ohne konkrete Stützpunktvorstellungen zu 1 g zu haben.
Eine Büroklammer wiegt ungefähr X	Die Antwort zeigt, dass die richtige Einheit bereits erkannt wurde, jedoch noch Unsicherheiten bei der realistischen Einschätzung des Gewichts bestehen. Es scheint an genauen Gewichtsvorstellungen von sehr leichten Gegenständen zu fehlen, was zu einer Überschätzung des Gewichts führt. Möglicherweise wurden bisher nur wenige Messerfahrungen mit Objekten im Bereich von 1-3 g gemacht.
Eine Büroklammer wiegt ungefähr 4,5 l/w.	Hier wurde nicht das Gewicht, sondern die Länge der Büroklammer angegeben. Ein Grund hierfür könnte sein, dass das Kind die beiden Größenbereiche noch nicht sicher unterscheiden kann. Alternativ könnte die Antwort auch auf einem Lesefehler beruhen, da eine Büroklammer durchaus 1,5 cm lang sein kann möglicherweise wurde das Wort "wiegt" überlesen.

### Aufgabe 3 in Testheft B (II)

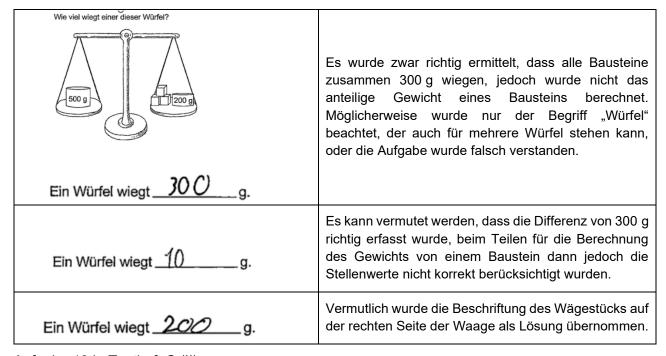




### Aufgabe 3 in Testheft C (II)



### Aufgabe 10 in Testheft B (II)



Aufgabe 13 in Testheft C (II)

Würfel mit gleicher Farbe haben das gleiche Gewicht.  Der schwarze Würfel wiegt kg.	Es wurde scheinbar richtig erfasst, dass der graue Würfel genauso viel wiegt wie sechs weiße Würfel. Deshalb hätte die Schlussfolgerung, dass acht weiße Würfel genauso viel wiegen wie ein schwarzer Würfel, grundsätzlich korrekt sein können, wenn angenommen wird, dass ein weißer Würfel 1 kg wiegt. Vernachlässigt wurde hier allerdings, dass die erste Waage zeigt, dass nicht einer, sondern zwei weiße Würfel 1 kg wiegen.
Der schwarze Würfel wiegtkg.	Vermutlich wurde nur die erste Waage (zwei weiße Würfel entsprechen 1 kg) für die Angabe des Ergebnisses einbezogen und der graue Würfel wurde vernachlässigt.
Der schwarze Würfel wiegt <u>1,50</u> kg.	Zum einen wurde hier offenbar richtig erkannt, dass das Ergebnis aus dem Gewicht von drei Bausteinen ermittelt werden muss. Zum anderen wurde erfasst, dass ein weißer Baustein, wie auf der ersten Waage dargestellt, 500 g wiegt. Für die Lösung wurde dann allerdings nicht die Beziehung von grauen und weißen Bausteinen, wie sie auf der zweiten Waage dargestellt ist, berücksichtigt, sondern einfach nur dreimal 500 g gerechnet

### Aufgabe 8 in Testheft B (II)

Nudein 500g	Es scheint so, als wurde statt der Anzahl der notwendigen Pakete das fehlende Gewicht (ohne Einheit) angegeben.
Für ein Kilogramm Nudeln brauche ichdieser Pakete.	
Für ein Kilogramm Nudeln brauche ichdieser Pakete.	Anstatt der Gesamtanzahl der notwendigen Pakete wurde offenbar die Anzahl der <i>fehlenden</i> Pakete angegeben.
Für ein Kilogramm Nudeln brauche ich 1000 dieser Pakete.	Vermutlich wurde das Gesamtgewicht ohne Angabe der Einheit von Kilogramm in Gramm umgewandelt. Es fehlt der Bezug zur Anzahl der notwendigen Pakete.

### Aufgabe 8 in Testheft C (II)

Eine falsche Antwort könnte auf mehrere mögliche Schwierigkeiten hinweisen: eine fehlende Vorstellung vom Gewicht von Alltagsgegenständen wie Äpfel, Unsicherheiten bei der Größenordnung von Kilogramm und Gramm, fehlende Stützpunktvorstellungen (z. B. ein Apfel wiegt ca. 150 g), sowie eine mögliche Verwechslung der Einheiten. Dabei können sowohl Über- als auch Unterschätzungen auftreten, was auf grundlegende Unsicherheiten im Verständnis der Gewichtseinheiten hinweist.

### Aufgabe 13 in Testheft B (II)

Darf sie den Einkauf in den Korb laden? \( \square ja   \text{nein} \)  Begründe.  \( \square \text{MULLMUATU MWYM} \)	Es wurde richtig erkannt, dass der Einkauf in den Korb geladen werden darf. Möglicherweise wurde auch richtig gerechnet. Ursächlich für die unzureichende Begründung scheint hier eher die fehlende Kompetenz zu sein, ein fachliches Argument zu liefern.
Darf sie den Einkauf in den Korb laden?   Begründe.  Wied wid darf nur 5 k 9 mil	Das Gewicht des Einkaufs konnte scheinbar nicht korrekt ermittelt werden. Ein Grund dafür könnte sein, dass keine Stützpunktvorstellungen zu den Repräsentanten vorliegen.
Darf sie den Einkauf in den Korb laden? [] ja [] nein Begründe.  K Weil wenn du dow plus +Echnels rechnish dann kommen du nicht auf 5 kg.	Die Begründung deutet darauf hin, dass das Kind richtig erkannt hat, dass der Inhalt des Korbes weniger als 5 kg wiegt. Es ist davon auszugehen, dass das Kind gedacht hat, dass der Inhalt des Korbes exakt 5 kg wiegen muss. Eine mögliche Ursache könnte daher das Leseverstehen sein.

### 6.5.3 Anregungen für den Unterricht

### Stützpunktwissen entwickeln

Kenntnisse von Standardrepräsentanten bzw. Stützpunktwissen sind essenzielle Grundlagen für Größenvorstellung, da sie als mentaler Anker für Vergleiche und Messungen dienen. Um diese Fähigkeiten langfristig sowohl als Wissen als auch als Vorstellung nutzbar zu machen, können Repräsentanten auf Tischen oder Plakaten gesammelt und präsentiert werden. Zudem können diese Informationen in einem "Größenbuch" dokumentiert werden, welches die Schülerinnen und Schüler über die gesamte Grundschulzeit hinweg führen. Das Ziel ist, dass jedes Kind für sich festlegt, welche Repräsentanten es sich für bestimmte Standardgrößen und gegebenenfalls deren Vielfache dauerhaft einprägen möchte.

### Repräsentanten-Tische

Für Repräsentanten-Tische werden verschiedene Gegenstände zusammengetragen, die spezifische Gewichtsangaben wie etwa 1 g, 10 g, 100 g und 1 kg repräsentieren. Ergänzend werden Karten mit den entsprechenden Beschriftungen genutzt, um die Zuordnung der Einheiten zu unterstützen.

In der Erarbeitungsphase suchen die Schülerinnen und Schüler nach weiteren geeigneten Gegenständen, die die genannten Größenangaben darstellen, und überprüfen deren Gewicht mit Hilfe einer Waage. Die passenden Gegenstände werden auf den Tischen ausgestellt, während die Ergebnisse im Größenbuch dokumentiert werden. Dabei kann der Lieblingsrepräsentant mit entsprechendem Gewicht farblich hervorgehoben werden.

Im Austausch stellen sich die Schülerinnen und Schüler ihre Repräsentanten-Tische und ihre Vorgehensweisen gegenseitig vor. Sie benennen ihre bevorzugten Repräsentanten und teilen ihre gewonnenen Erkenntnisse, um ihre Gewichtsvorstellungen zu vertiefen (→ Kommunizieren).

### Repräsentanten-Plakate

Für größere Gewichte, die nicht physisch auf Repräsentanten-Tischen gesammelt werden können, können Plakate erstellt werden. Dabei gibt es zwei Ansätze:

- Plakate zu festen Größen (z. B. 5 kg, 10 kg, 100 kg, 1 t)
- Plakate zu Gewichtsbereichen (z. B. 10 kg bis 50 kg, schwerer als 1 t)

Während bei den Repräsentanten-Tischen konkrete Gegenstände gewogen und physisch zugeordnet werden, basiert die Arbeit an den Plakaten auf der Recherche zu größeren oder abstrakteren Gewichten. Die Schülerinnen und Schüler visualisieren ihre Ergebnisse durch Bilder und Beschreibungen und erweitern so ihre Gewichtsvorstellungen über den greifbaren Bereich hinaus.

#### Verständnis für Einheiten / Unterscheiden von Größen

Zur Ausbildung von Größenvorstellungen zu Standardeinheiten sind konkrete Messprozesse erforderlich. Das Wissen um Standardeinheiten umfasst auch die Einschätzung, in welcher Mess-Situation welche Einheit bzw. Untereinheit gewählt werden soll (→ Kommunizieren, → Argumentieren).

Beispiele für die Größe "Länge":

- In welcher Einheit misst du die Länge/Breite deines Tisches, die Entfernung zwischen zwei Städten, den Umfang deines Kopfes, die Tiefe einer Pfütze, die Höhe eines Zimmers, eines Hauses, einer Münze?
- Begründe, warum du dich beim Messen deines Kopfumfangs für Zentimeter entscheidest.
- Begründe, warum du die Entfernung zwischen zwei Städten nicht in Metern angibst.

Im Unterricht können von der Lehrkraft kurze Sachsituationen mündlich geschildert werden. Es wird bei dieser Übung nicht gerechnet, sondern die Kinder analysieren die Situation, diskutieren und entscheiden, welcher Größenbereich angesprochen wird und welche Einheit passend ist (→ Kommunizieren).

Reis	niele	für	kurze Sachsituationen:
טטט		ıuı	Ruize Gaerisituationen.

•	Mein Weg zur Schule dauert 30				
•	Gestern war ich 2 im Training.				
•	Meine neue Jacke hat 40 gekostet.				
•	Das Klassenzimmer ist 4 hoch.				

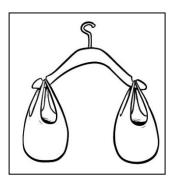
Zu einer vorgegebenen Größe können die Kinder verschiedene Situationen erfinden oder selbst solche Rätsel stellen. Es gibt Aufgabenstellungen, die nicht eindeutig sind, z. B. *Gestern bin ich 20\_\_\_ mit dem Fahrrad gefahren.* Diese Aussage könnte mit dem Größenbereich "Zeit" oder dem Größenbereich "Länge" in Verbindung gebracht werden (*→ Argumentieren*).

Auch hier können die Schülerinnen und Schüler im Unterricht Lernplakate zu den verschiedenen Größenbereichen (mit Einheiten und Messgeräten) oder Plakate mit Stützpunktvorstellungen, in diesem Fall zu den Standardeinheiten des jeweiligen Größenbereichs, erstellen (z. B. *Das alles wiegt etwa 1 kg* oder *Das alles ist etwa 1 m lang*).

### Messen, Rechnen, Schätzen

Um eine Größenvorstellung von Gewichten zu fördern und die **Idee des Messens** von Gewichten zu entwickeln, ist der Einsatz von Balken- und Tafelwaagen besonders geeignet. Im Unterricht kann

in diesem Sinn auch eine selbst gebastelte Bügelwaage genutzt werden, um das Vergleichen und Messen von Gewichten zu erproben.



Mit dieser Waage kann zunächst der direkte Vergleich zwischen verschiedenen Objekten wie Stiften, Büchern, Heften etc. thematisiert werden. Davon ausgehend können Aussagen getroffen werden, wie:

"......"
".....wiegt weniger als ......"
".....wiegt genauso viel wie ......."

Im Gespräch sollten die Schülerinnen und Schüler beschreiben, woran sie erkannt haben, dass etwas mehr oder weniger bzw. gleich viel wiegt ( $\rightarrow$  *Kommunizieren*). Außerdem kann an dieser Stelle thematisiert werden, dass die Größe eines Gegenstandes nicht unbedingt eine Schlussfolgerung über dessen Gewicht zulässt.

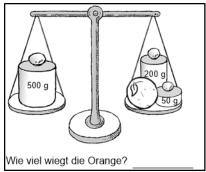
Auch die Idee des Messens kann mithilfe der Bügelwaage und mehrerer identischer Objekte, z. B. kleinen Würfeln, entwickelt werden. Nun heißt die Aufgabenstellung z. B.:

"Wie viel wiegt dein Hausaufgabenheft? Lege so viele Würfel auf die rechte Seite der Waage, bis sie im Gleichgewicht steht.

Ergänze: Mein Hausaufgabenheft wiegt genauso viel wie ......... Würfel. "

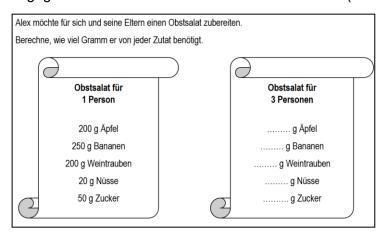
Daran anschließend können genormte Einheiten in Form von Wägestücken beim Messen verwendet werden. Auf diese Weise lernen die Schülerinnen und Schüler auch additive Zusammensetzungen von Gesamtgewichten kennen, z. B. 500 g + 200 g + 50 g = 750 g.

Mit einem Verständnis dafür, was das Gleichgewicht bei einer Balken-, Tafel- oder Bügelwaage bedeutet, und Wissen über die additiven Zusammensetzungen von Gesamtgewichten lassen sich dann auch herausforderndere Aufgaben, wie z. B. die folgende, bearbeiten und verschiedene Lösungswege vergleichen (→ *Problemlösen*, → *Kommunizieren*).



Bei der Bearbeitung solcher Sachkontexte werden Vorstellungen zum Vervielfachen eines Gewichts, zum Aufteilen sowie zum Hinzufügen und Wegnehmen von Gewichten angewendet. Beim **Rechnen** muss beachtet werden, ob innerhalb einer Einheit gerechnet wird oder in andere Einheiten umgewandelt werden muss. Das Addieren oder Subtrahieren von Maßzahlen ist nämlich nur dann

möglich, wenn die Größen in der gleichen Einheit angegeben sind. Gegebenenfalls müssen einzelne Größenangaben daher zunächst in eine passende Einheit umgewandelt werden. Beispiele, bei denen das Vervielfachen eines Gewichts thematisiert werden kann, sind Berechnungen zu Rezepten. In dem untenstehenden Beispiel soll z. B. das Gesamtgewicht nach der Vervielfachung angegeben werden. Es wird innerhalb einer Einheit (Gramm) gerechnet.



Das Rechnen mit Gewichtsangaben, auch mit verschiedenen Einheiten, kann gut an der Balkenwaage mit geeichten und beschrifteten Wägestücken veranschaulicht und thematisiert werden. Hierzu kann z. B. das Gegengewicht zu 2 kg ausschließlich aus Gramm-Stücken gelegt werden (z. B. 200 g + 200 g + 50 g + 500 g + 500 g + 500 g).

Beim **Schätzen** knüpfen die Schülerinnen und Schüler an solche zuvor getätigten Vergleichs- und Messerfahrungen an und greifen auf die Stützpunktvorstellungen zurück, die sie durch diese Erfahrungen aufgebaut haben sollten. So können die Schülerinnen und Schüler im Unterricht zunächst einfache Alltagsgegenstände in die Hand nehmen und deren Gewicht schätzen. Das geschätzte Gewicht können sie anschließend mit einer Waage überprüfen, um die Genauigkeit der Schätzung beurteilen zu können.

Beispielaufgaben könnten sein:

- "Wie viel wiegt dein Federmäppchen?"
- "Schätze das Gewicht eines Apfels und überprüfe deine Schätzung."

Zudem eignen sich auch Aufgaben, bei denen verschiedene Gegenstände in Relation zueinander gesetzt werden sollen. Zum Beispiel könnten die Schülerinnen und Schüler versuchen, einen Gegenstand zu finden, der ungefähr so schwer ist wie eine bekannte Standardgröße (z. B. ein Kilogramm oder ein halbes Kilogramm). Ein weiterer Ansatz ist das Einschachteln, bei dem die Kinder schätzen sollen, ob ein Gewicht zwischen zwei bekannten Referenzgrößen liegt, etwa: "Wiegt der Gegenstand zwischen 500 g und 1 kg?".

Solche Aufgaben regen die Kinder dazu an, ihre Stützpunktvorstellungen zu erweitern und gedanklich miteinander in Beziehung zu setzen. Langfristig sollten sie so die Fähigkeit entwickeln, auch in komplexeren Kontexten angemessene Schätzungen vorzunehmen und diese zu begründen (→ Argumentieren).

# 7. Worum geht es im Inhaltsbereich *Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit* allgemein?

Daten aus unterschiedlichen Größenbereichen und Sachzusammenhängen sind die Grundlage für eine systematische Betrachtung von Ereignissen und deren Auftreten in der Lebenswirklichkeit. Die quantitative Ermittlung von Häufigkeiten (Wie oft?) spielt hierbei eine zentrale Rolle. Häufigkeiten stehen wiederum in engem Zusammenhang mit kombinatorischen Überlegungen (Wie viele Möglichkeiten gibt es?) und der Einschätzung von Wahrscheinlichkeiten (Wie viele Möglichkeiten gibt es für ein Ereignis im Vergleich zu einem anderen? Und Schlussfolgerungen daraus: Wie sind die Gewinnchancen?). Der Inhaltsbereich DHW (Daten, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit) befasst sich inhaltlich also maßgeblich mit der Erfassung, Ermittlung, systematischen Betrachtung und Interpretation von Daten unter anderem auf der Basis von Häufigkeiten – sowohl in realen Kontexten als auch in Kontexten, in denen Aussagen über Wahrscheinlichkeiten erforderlich sind. Auf diese unterschiedlichen Aspekte wird im Folgenden eingegangen.

### **Daten**

Daten enthalten aufbereitet in Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen zu lebensweltlichen Sachzusammenhängen (im Inhaltsbereich DHW: "Daten erfassen und darstellen"). Tabellen und Diagramme haben den Vorteil, dass sich die darin enthaltenen numerischen Informationen zu Sachverhalten schnell erfassen lassen. Hierfür müssen Überschriften, (Achsen-)Beschriftungen oder Legenden zu den abgebildeten Werten in Beziehung gesetzt werden. Zugleich sind den verschiedenen Darstellungsformen zum Teil unterschiedliche Auskünfte zu entnehmen.<sup>4</sup>

Statistische Darstellungsformen (kritisch) lesen zu können, gewinnt in der Informationsgesellschaft zunehmend an Bedeutung. Das sinnentnehmende Lesen und Deuten solcher nicht-kontinuierlichen Texte, wie sie Tabellen und Schaubilder darstellen, ist für viele Kinder (und auch manche Erwachsene) aber eine Herausforderung. Dies ist besonders dann der Fall, wenn nicht nur einfache Zahlenwerte bzw. Häufigkeiten abgelesen werden, sondern wenn Daten für weitergehende Rechnungen und Interpretationen verglichen und miteinander in Beziehung gesetzt werden müssen. Eng verknüpft ist damit die Kompetenz, Daten zu einem Erkenntnisinteresse selbst zu erheben, zu dokumentieren (z. B. mithilfe von Strich-listen) und mithilfe von Tabellen und/oder Schaubildern übersichtlich und für andere lesbar darstellen zu können (z. B. Wer bekommt die meisten Stimmen bei der Klassensprecherwahl? Fernseh-/Handykonsum in einer Woche). Dies gelingt Kindern nur, wenn sie eine gewisse Routine im Umgang mit und dem Darstellen von Daten entwickeln. Einige Fragen, die im Vorhinein geklärt werden sollten, sind:

- 1. Was will ich erfahren?
- 2. Wie sammele ich die Daten möglichst geschickt?
- 3. Was will ich in einer Tabelle/in einem Diagramm veranschaulichen?

<u>Säulen- und Balkendiagramm</u>: absolute und relative Häufigkeit durch einen Vergleich der Höhe bzw. Länge der Balken/Säulen,

Kreisdiagramme: relative Häufigkeit durch einen Vergleich der Größe der Kreissegmente.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> z. B. Tabelle: Überblick zu absoluten Häufigkeiten (Anzahlen),

- 4. Welche Darstellungsform eignet sich (Tabelle, Balken-/Säulendiagramm, Kreisdiagramm<sup>5</sup>, Piktogramme)?
- 5. Welche Einteilung der Achsenwerte (Skalierung) ist sinnvoll? Welche nicht? Warum?
- 6. Nützen mir Hilfsmittel (z. B. Skizzen anfertigen, Karopapier für das Einhalten von Abständen und Breiten)?

Neben Vernetzungen zu inhaltsbezogenen Kompetenzbereichen, wie Größen und Messen, Zahlen und Operationen sowie Raum und Form zeigen sich hierbei auch Möglichkeiten für die Förderung allgemeiner mathematischer Kompetenzen (→ Kommunizieren, → Problemlösen, → Argumentieren, → Modellieren, → Darstellen).

### Wahrscheinlichkeit

Im Inhaltsbereich DHW geht es zudem um das begründete Einschätzen von Wahrscheinlichkeiten ("Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen in Zufallsexperimenten vergleichen"). Dies beinhaltet, dass subjektive Vorstellungen von Zufall und Glück bei einfachen Zufallsexperimenten mathematisch hinterfragt und zum Eintreffen von Ereignissen begründete Vermutungen angestellt werden können. Für den Unterricht in der Grundschule sind zwei Herangehensweisen für die Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten relevant:

#### 1. Theoretische Wahrscheinlichkeit:

Bei einfachen Zufallsexperimenten, z. B. mit Würfel oder Münze, wird davon ausgegangen, dass sich die Gewinnchance für ein Ereignis ("Bild oder Zahl", "Würfeln einer Zahl von 1 bis 6") aufgrund der geometrischen Eigenschaften der Körper nicht unterscheidet, also gleich ist. Die Wahrscheinlichkeit lässt sich dann aus der Anzahl aller für ein Ereignis günstigen Ergebnisse im Verhältnis zu der Anzahl aller möglichen Ergebnisse ermitteln und an folgendem Bruch am Beispiel des Würfels veranschaulichen:

### Beispiel:

Wie ist die Gewinnchance für das Würfeln einer Sechs?















Die Wahrscheinlichkeit beträgt  $\frac{1}{\epsilon}$ 

#### 2. Frequentistische Wahrscheinlichkeit:

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Für Grundschulkinder ist dies schwierig, da für eine eigenständige Einteilung der Kreissegmente Wissen zu Bruchrechnung und Winkelberechnungen notwendig sein kann.

Nach dem Gesetz der großen Zahlen "nähert sich die Häufigkeit, mit der ein Zufallsereignis eintritt, seiner rechnerischen Wahrscheinlichkeit immer weiter an, je häufiger ein Zufallsexperiment durchgeführt wird" (Statista, 2018). Praktisch bedeutet dies, dass Kinder Zufallsexperimente mit vielen Wiederholungen (mind. 100 mal) durchführen, ihre Ergebnisse dokumentieren, um daraus entdeckend auf Wahrscheinlichkeiten für das Eintreffen von Ereignissen zu schließen. Hierbei besteht eine enge Verknüpfung mit dem Bereich Daten: Es werden Daten erfasst, systematisch notiert, dargestellt und interpretiert.

Wie auch beim Ermitteln, Darstellen und Lesen von Daten und Häufigkeiten zeigt sich, dass das Sammeln von praktischen Erfahrungen für ein Verständnis stochastischer Aufgaben grundlegend ist. Hieran lassen sich auch Begrifflichkeiten, wie sicher, möglich, unmöglich klären und ein Verständnis für Vergleiche im Sinne von "A ist wahrscheinlicher als B" entwickeln. Die Begrifflichkeiten sind Kindern zwar meist aus dem allgemeinen Sprachgebrauch bekannt, müssen sich aber nicht notwendigerweise mit der mathematischen Bedeutung decken (z. B. Ist es unmöglich, dass ich zehnmal hintereinander die 6 würfle?).

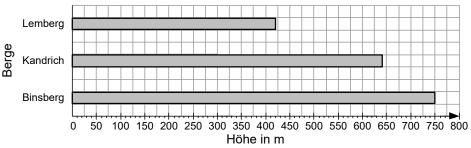
#### Kombinatorik

Das systematische Zählen bei der Betrachtung von Häufigkeiten und Kombinationsmöglichkeiten aus dem Kompetenzbereich Zahlen und Operationen ("einfache kombinatorische Aufgaben [z. B. Knobelaufgaben] durch Probieren bzw. systematisches Vorgehen lösen") schult das kombinatorische Denken und bereitet sinnvolles Argumentieren im Bereich Wahrscheinlichkeit vor. Aus diesem Grund werden Aufgaben zur Kombinatorik auch im Zusammenhang mit der Leitidee Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit betrachtet. Gerade bei Aufgaben zur Kombinatorik zeigt sich eine enge Verbindung der Domänen Zahlen und Operationen mit Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit sowie mit allgemeinen prozessbezogenen Kompetenzen. Geht man kombinatorische Heranforderungen selbstentdeckend an, spielt dabei vor allem das Problemlösen eine wichtige Rolle. Für die strukturierte Dokumentation der Möglichkeiten an Versuchsausgängen ist aber auch das Entwickeln geeigneter Darstellungen notwendig (z. B. das Baumdiagramm).

# 7.1 Aufgaben zu Daten

# Aufgabe 2 in Testheft A1

### Hohe Berge in Deutschland



Ergänze die Tabelle.

Berge	Höhe
Lemberg	420 m
Kandrich	640 m
Binsberg	m

RICHTIG	750 [m]
---------	---------

### Teilaufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)		
Kompetenzstufe			
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	eine Darstellung in eine andere übertragen (5.2)		
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen (5.1.b)		

# Aufgabe 6 in Testheft A1

Luca wirft zehn Mal eine Münze.

Er schreibt seine Ergebnisse auf: Z für Zahl und B für Bild.

Stelle seine Ergebnisse in einer Tabelle dar.

	Zahl	Bild
Anzahl		

	Zahl: 6, Bild: 4
DICHTIC	ODER
RICHTIG	Zahl: IIIII I, Bild: IIII
	Eine Strichlistendarstellung ist auch korrekt.

# Teilaufgabenmerkmale

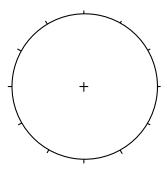
Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)			
Kompetenzstufe	1			
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)			
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	in Beobachtungen, Untersuchungen und einfachen Experimenten Daten sammeln, strukturieren und in Tabellen, Schaubildern und Diagrammen darstellen (5.1.a)			

# Aufgabe 9 in Testheft A1

Die 24 Kinder der 3a wurden gefragt: Welche Jahreszeit magst du am liebsten? Dies ist das Ergebnis.

Frühling (F)	Sommer (S)	Herbst (H)	Winter (W)
4	12	2	6

Zeichne das passende Diagramm. Beschrifte die Felder.



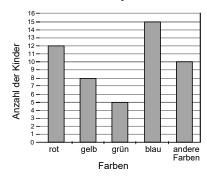
	Eine Hälfte des Kreisdiagramms ist gut erkennbar mit Sommer oder S gekennzeichnet,
RICHTIG	ein Viertel mit Winter oder W. Ein "Tortenstück" des Kreisdiagramms ist für den Herbst
	gekennzeichnet, zwei "Tortenstücke" für den Frühling.

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	V
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	für das Bearbeiten mathematischer Probleme geeignete Darstellungen entwickeln, auswählen und nutzen (5.1)

Bildungsstandards	in Beobachtungen, Untersuchungen und einfachen Experimenten Daten sammeln,			
inhaltsbezogene	strukturieren und in Tabellen, Schaubildern und Diagrammen darstellen (5.1.a)			
Kompetenzen				

# Aufgabe 10 in Testheft A1

In der Schule wurde jedes Kind nach seiner Lieblingsfarbe gefragt.



Wie kann man herausfinden, wie viele Kinder insgesamt gefragt wurden? Erkläre.

<b>∠</b>		

RICHTIG	Es wurde eine Erklärung gegeben, aus der ersichtlich wird, dass die Anzahlen der Kinder für jede Farbe addiert werden müssen, z. B.:
	- Ich muss einfach nur die Anzahlen der Kinder bei den verschiedenen Farben zusammenzählen (addieren).
	<ul> <li>Wo die Säulen aufhören, muss man die Zahlen lesen und dann alles zusammenrechnen.</li> </ul>
	<ul> <li>Da steht, wie viele Kinder welche Farbe am schönsten finden, das muss man zusammenzählen.</li> </ul>
	ODER
	Eine Rechnung wurde aufgeschrieben, z. B. 12+8+5+15+10 (=50).
FALSCH	Es wurde keine, eine falsche oder unvollständige Erklärung gegeben, z. B.:
	<ul><li>Indem man die Tabelle anguckt.</li><li>Man zählt die Säulen.</li></ul>

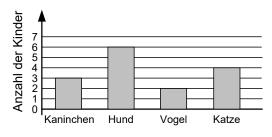
Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	IV
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3); Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen (4.1)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen (5.1.b)

# Aufgabe 12 in Testheft A1

Tier Klasse	Klasse 3a	Klasse 3b	Klasse 3c	Klasse 3d
Kaninchen				III
Hund	Ж	ЖІ	ЖІ	
Vogel				
Katze				ΜΙ

Amanda hat zu den Strichlisten Diagramme gezeichnet. Zu welcher Klasse gehört dieses Diagramm?





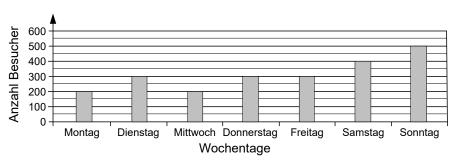
Klasse \_\_\_\_\_

RICHTIG	[Klasse] 3b
---------	-------------

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	I
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen (4.1); Darstellungen miteinander vergleichen und bewerten (5.3)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen (5.1.b)

# Aufgabe 1 in Testheft B1





Lies die fehlenden Besucherzahlen ab und trage sie in die Tabelle ein.

Wochentag	Мо	Di	Mi	Do	Fr	Sa	So
Besucherzahl	200	300	200		300		500

	vgl.					Lösu	ngsgrafik
RICHTIG	Wochentag N	Mo Di	Mi	Do	Fr	Sa	So
	Besucherzahl 2	200 300	200	300	300	400	500

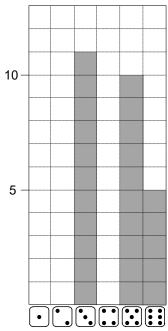
Anforderungsbereich	Reproduzieren (I)
Kompetenzstufe	I
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	eine Darstellung in eine andere übertragen (5.2)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen (5.1.b)

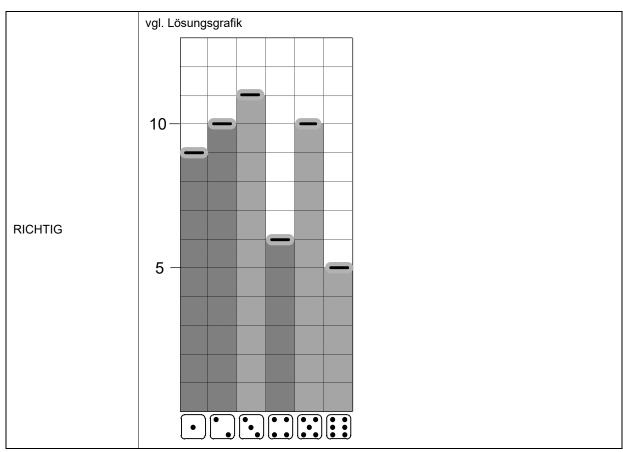
# Aufgabe 4 in Testheft B1

Igor hat gewürfelt.

Ergänze das Diagramm.

Würfelbilder	Anzahl
•	IIII THL
•	Ж Ж
••	
• •	ЖІ
	ш ш
	Ж





Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	II
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	in Beobachtungen, Untersuchungen und einfachen Experimenten Daten sammeln, strukturieren und in Tabellen, Schaubildern und Diagrammen darstellen (5.1.a)

# Aufgabe 6 in Testheft B1

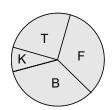
Die Kinder haben verschiedene Umfragen gemacht.

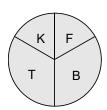
Verbinde jede Tabelle mit dem passenden Diagramm. Ein Diagramm bleibt übrig.

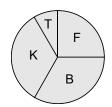
Welches Instrument magst		
_		
du am liebsten?		
Flöte 2		
<b>B</b> assgitarre	4	
Trompete	6	
<b>K</b> lavier	12	

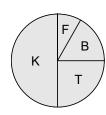
Welche Sportart magst		
du am liebsten?		
Fußball 8		
<b>B</b> asketball 8		
Tennis 6		
<b>K</b> egeln 2		

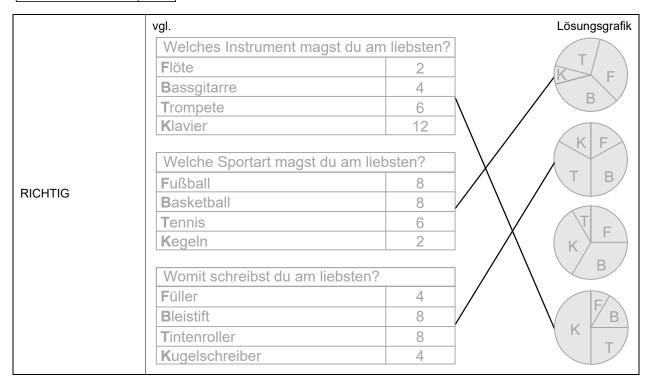
Womit schreibst du								
am liebsten?								
Füller 4								
Bleistift	8							
Tintenroller 8								
<b>K</b> ugelschreiber 4								











### Teilaufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	III
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	für das Bearbeiten mathematischer Probleme geeignete Darstellungen entwickeln, auswählen und nutzen (5.1)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	in Beobachtungen, Untersuchungen und einfachen Experimenten Daten sammeln, strukturieren und in Tabellen, Schaubildern und Diagrammen darstellen (5.1.a); aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen (5.1.b)

# Aufgabe 7 in Testheft B1

Kinder wurden befragt, womit sie am liebsten fahren. Jedes Kind durfte ein Fahrgeschäft nennen.

Die Ergebnisse wurden in ein Schaubild übertragen.

Karussell	ተተተተ
Geisterbahn	ተተተተ ተተ
Riesenrad	<b>†</b> † † †

Wie viele Kinder wählten das Riesenrad? \_\_\_\_\_ Kinder

RICHTIG	40 [Kinder]
---------	-------------

Anforderungsbereich	Reproduzieren (I)
Kompetenzstufe	IV
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen (5.1.b)

# Aufgabe 9 in Testheft B1

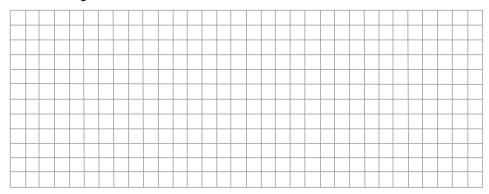
Die Kinder der 3. Klassen wurden befragt, welches ihr Lieblingsgetränk ist.

Das sind die Ergebnisse.

Klasse 3a:
Wasser 5
Saft 6
Apfelschorle 9

Klasse 3b: Saft 11 Wasser 6 Klasse 3c: Apfelschorle 4 Wasser 5 Saft 8

Fasse die Ergebnisse in einer Tabelle zusammen.



Die Aufgabe ist richtig gelöst, wenn die Kopfzeile richtig beschriftet ist und die Gesamtanzahlen richtig ermittelt wurden, z. B.:

Wasser	Saft	Apfelschorle		
16	25	13		

oder

**RICHTIG** 

	Wasser	Saft	Apfelschorle		
(Klasse) 3a	5	6	9		
(Klasse) 3b	6	11	0		
(Klasse) 3c	5	8	4		

Die Reihenfolge der Getränke und Klassen ist variabel. Es ist auch zulässig, Spalten und Zeilen zu tauschen.

### Teilaufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	V
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	eine Darstellung in eine andere übertragen (5.2)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	in Beobachtungen, Untersuchungen und einfachen Experimenten Daten sammeln, strukturieren und in Tabellen, Schaubildern und Diagrammen darstellen (5.1.a)
FALSCH	Es wurde keine, eine falsche oder unvollständige Begründung gegeben, z. B.:  Der erste wird größer, der zweite wird kleiner.

### 7.1.1 Aufgabenbezogener Kommentar

Der verantwortungsvolle Umgang mit Daten ist ein wichtiges Lernziel des Mathematikunterrichts der Grundschule, das höchst facettenreich ist und sehr unterschiedliche Kompetenzen erfordert. Zum einen sollen die Schülerinnen und Schüler Daten selbstständig aufbereiten und diese darstellen können. Zum anderen sollen sie die Kompetenz erwerben, unterschiedliche graphische Darstellungen zu erfassen und zu deuten: Die Schülerinnen und Schüler sollen Informationen aus Tabellen, Schaubildern sowie Balken-, Säulen- und Kreisdiagrammen entnehmen, diese interpretieren können sowie dazu in der Lage sein, unterschiedliche Darstellungsformen miteinander zu vergleichen und zu bewerten.

#### Strukturieren und Darstellen von Daten

Bei der <u>Aufgabe 6 in Testheft A1</u> müssen zunächst die Ergebnisdaten getrennt nach den Kategorien "Bild" und "Zahl" ausgezählt werden. Danach müssen die ermittelten Anzahlen für "Zahl" sowie "Bild" korrekt in die Tabelle eingetragen werden.

Um die <u>Aufgabe 4 in Testheft B1</u> bearbeiten zu können, müssen in einem ersten Schritt die Anzahlen der gewürfelten Augenzahlen ermittelt werden. Da diese in Form einer Strichliste angegeben sind, müssen die Schülerinnen und Schüler ein Verständnis von dieser Art der Darstellung haben. Anschließend können die Anzahlen an die passenden Stellen im Säulendiagramm eingetragen werden. Hierfür müssen drei Säulen mit passenden Höhen an den entsprechenden Stellen auf der x-Achse eingezeichnet werden. Dafür müssen die Kinder die Beschriftung und Skalierung des Diagramms verstehen.

Bei der Aufgabe 9 in Testheft B1 müssen die Ergebnisse der Umfrage "Lieblingsgetränke der 3. Klassen" von den Schülerinnen und Schülern in tabellarischer Übersicht geordnet dargestellt werden. Dies erfordert zunächst den Entwurf einer geeigneten Tabelle, in der die Zeilen und Spalten korrekt mit den drei Klassenbezeichnungen und den drei Lieblingsgetränken beschriftet werden. Anschließend muss eine folgerichtige Zuordnung der Umfragedaten zu den entsprechenden Positionen in der Tabelle erfolgen. Alternativ kann auch ermittelt werden, wie häufig die Kategorien "Wasser", "Saft" und "Apfelschorle" insgesamt als Lieblingsgetränk genannt wurden, und die additiv ermittelten Ergebnisse können in einer reduzierten Tabelle dargestellt werden, die nur die Gesamtanzahl an Nennungen je Lieblingsgetränk für alle dritte Klassen visualisiert. Auch dies erfordert jedoch eine schlüssige Bezeichnung der Tabelle passend zu den eingetragenen Daten.

Die <u>Aufgabe 9 in Testheft A1</u> verlangt die Darstellung von Daten mithilfe eines Kreisdiagramms. Dafür müssen die Schülerinnen und Schüler die angegebenen absoluten Häufigkeiten aus der

Tabelle zunächst miteinander ins Verhältnis setzen. Anschließend müssen sie die ermittelten Verhältnisse auf die Flächenanteile übertragen und auf dieser Grundlage das Kreisdiagramm richtig einteilen und beschriften. Als Hilfe dafür sind, wie bei einer Uhr, zwölf Unterteilungen im Kreisbogen vorgeben. Die Kinder müssen erkennen, dass bei 24 Befragten ein "Stundensektor" zwei Stimmen entspricht.

### Entnehmen und Interpretieren von Informationen aus verschiedenen Darstellungen

In <u>Aufgabe 2 in Testheft A1</u> und <u>Aufgabe 1 in Testheft B1</u> müssen Daten aus einem Balken- bzw. Säulendiagramm abgelesen und in einer Tabelle ergänzt werden. Als Hilfestellung sind bereits Daten in die Tabellen eingetragen. Diese bereits eingetragenen Werte können u. a. eine Orientierungshilfe dafür sein, ob die abgelesenen, zu ergänzenden Werte angemessen sind.

Im Zuge der Bearbeitung der <u>Aufgabe 10 in Testheft A1</u> müssen die Schülerinnen und Schüler erklären, wie man ausgehend von einem Säulendiagramm die Anzahl an befragten Kindern insgesamt herausfinden kann. Hierzu muss nicht die konkrete Gesamtanzahl angegeben werden, sondern die Schülerinnen und Schüler müssen erläutern, dass die einzelnen Anzahlen, die anhand der Höhen der verschiedenen Säulen abgelesen werden können, addiert werden müssen. Auch die entsprechende Rechnung gilt dabei als eine korrekte Erläuterung.

Die <u>Aufgabe 12 in Testheft A1</u> erfordert neben dem Entnehmen von Informationen aus einer Häufigkeitstabelle das Zuordnen der Daten zu einem vorgegebenen Diagramm. Interessant ist, dass die Schülerinnen und Schüler dafür nicht zwingendermaßen alle Informationen in der Tabelle benötigen, sondern nur die passende Spalte identifizieren müssen.

Bei <u>Aufgabe 7 in Testheft B1</u> ist ein direktes Ablesen der Anzahlen aus dem Schaubild nicht möglich, da hier Symbole für bestimmte Anzahlen genutzt werden. Zur korrekten Lösung muss daher einerseits die Tabelle richtig gelesen werden und andererseits muss die Legende neben der Tabelle verstanden und im Zuge der Aufgabenlösung genutzt werden.

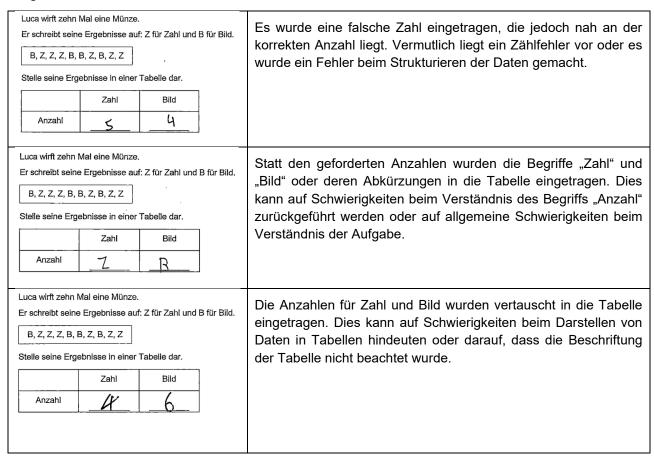
Bei <u>Aufgabe 6 in Testheft B1</u> sind drei Tabellen zu Umfragen mit jeweils 24 Kindern vorgegeben. Diesen Tabellen muss jeweils ein Kreisdiagramm zugeordnet werden, das zu der jeweiligen Tabelle passt. Hierzu müssen die Schülerinnen und Schüler die Anzahlen in den Tabellen anteilig bzw. in Beziehung zu den anderen Anzahlen betrachten (z. B. "Das ist die Hälfte aller Antworten." oder "Jeweils zwei Antworten wurden gleich häufig gegeben."). Ausgehend davon müssen die passenden Kreisdiagramme identifiziert werden, indem auch hier jeweils die verschiedenen Anteile, in diesem Fall der einzelnen Felder an dem gesamten Diagramm, herangezogen werden (z. B. "In welchem Kreisdiagramm ist ein Kreissegment genau die Hälfte?" oder "In welchem sind jeweils zwei Kreissegmente gleich groß?").

### 7.1.2 Mögliche Schwierigkeiten

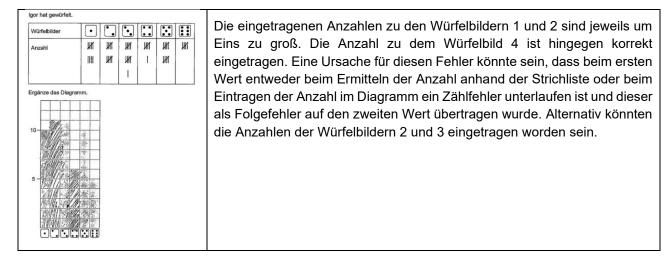
Das korrekte Bearbeiten von Aufgaben zum Bereich "Daten" erfordert Kenntnisse im Umgang mit verschiedenen Darstellungsformen wie Tabellen, Schaubildern und Diagrammen. Dabei treten häufig die im Folgenden dargestellten Fehler auf.

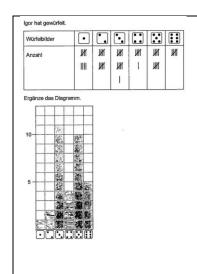
#### Strukturieren und Darstellen von Daten

### Aufgabe 6 in Testheft A1



### Aufgabe 4 in Testheft B1

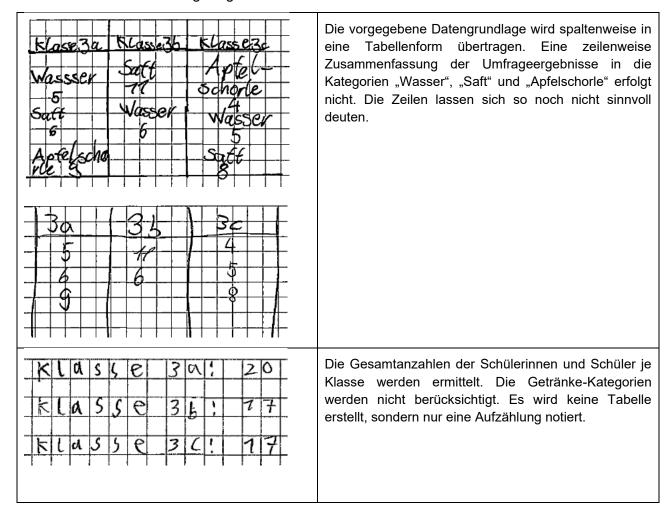


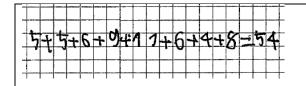


Statt der Anzahlen der Würfelbilder wurden die Augenzahlen der Würfelbilder selbst in der Tabelle dargestellt. Dies kann darauf hindeuten, dass kein Zusammenhang zwischen den beiden Darstellungsformen hergestellt werden konnte.

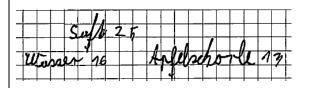
### Aufgabe 9 in Testheft B1

Eine große Herausforderung bei dieser Aufgabe stellt für die Schülerinnen und Schüler das eigenständige Strukturieren der Umfrageergebnisse mithilfe von geeigneten Kategorien dar. Weitere zu beobachtende Fehlermuster beziehen sich auf die Entwicklung einer geeigneten Tabelle, in der die strukturierten Daten eingetragen werden:

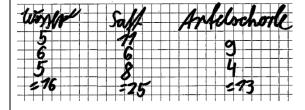




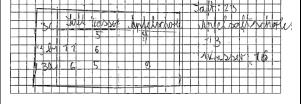
Die Gesamtanzahl der Schülerinnen und Schüler aller dritten Klassen wird ermittelt. Die Getränke-Kategorien werden nicht berücksichtigt. Es wird keine Tabelle erstellt, sondern nur eine Rechnung notiert.



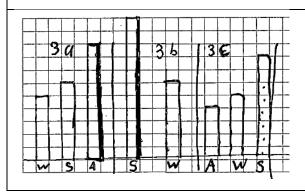
Die Gesamtanzahlen an Nennungen je Lieblingsgetränk werden korrekt ermittelt. Die Ergebnisse werden jedoch noch nicht in tabellarischer Form dargestellt.



Die Tabelle wird korrekt erstellt und die Spalten und Zeilen folgerichtig beschriftet. Es werden jedoch nicht alle erhobenen Daten vollständig in die Tabelle übertragen.



Im Beispiel zeigt das Kind bereits fundierte Kompetenzen beim Erstellen komplexer Tabellen. Die unvollständige Lösung könnte auf eine ungenaue oder unkonzentrierte Bearbeitung der Aufgabe zurückzuführen sein.



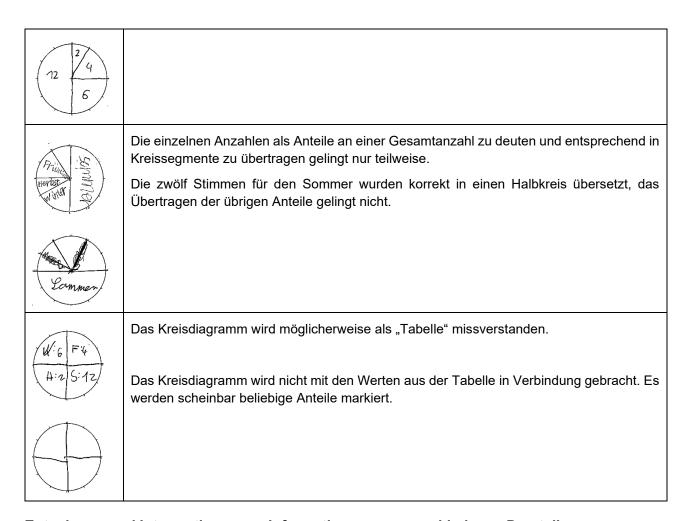
Der Fachbegriff "Tabelle" ist scheinbar nicht sicher gefestigt. Die erhobenen Daten werden in einem Diagramm und nicht in einer Tabelle dargestellt.

#### Aufgabe 9 in Testheft A1



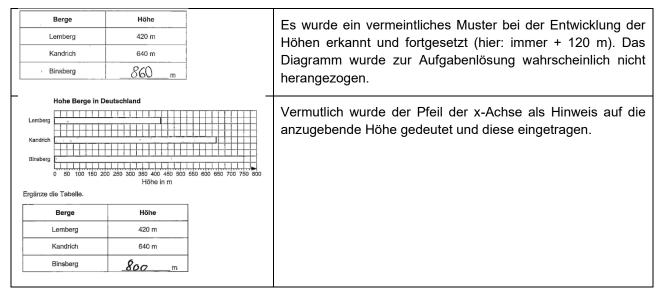
Die korrekte Beschriftung der Kreissegmente scheint eine Herausforderung zu sein. Das Kind hat die Sektoren zwar richtig eingetragen, aber die Beschriftung fehlt.

Auch hier sind die Sektoren richtig eingezeichnet, das Kind hat jedoch die Anzahlen und nicht die Jahreszeiten als Beschriftung eingetragen. Dadurch verliert das Diagramm gegenüber der Tabelle an Aussagekraft: die Anteile der jeweiligen Jahreszeiten können nicht alleine, sondern nur unter Hinzunahme der Tabelle an dem Diagramm abgelesen werden.



### Entnehmen und Interpretieren von Informationen aus verschiedenen Darstellungen

### Aufgabe 2 in Testheft A1

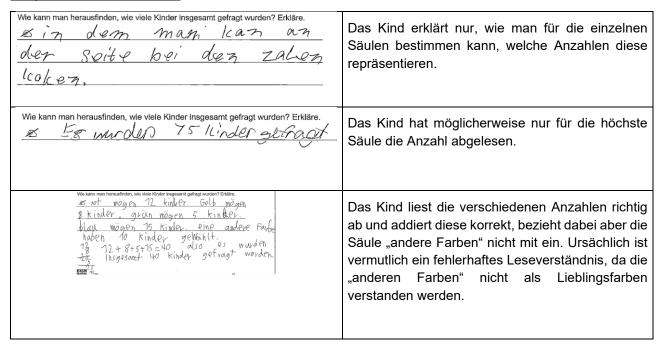


### Aufgabe 1 in Testheft B1

Wochentag		Di	Mi	Do	Fr	Sa	So	Die Beschriftung der Skalierung wurde nicht berücksichtigt
Besucherza	al 200	300	200	_ 30	300	400	500	und die Beziehungen zwischen einzelnen Säulen sowie den
								Daten in der Tabelle wurden nicht genutzt. Es zeigen sich
								vermutlich Stellenwertfehler.

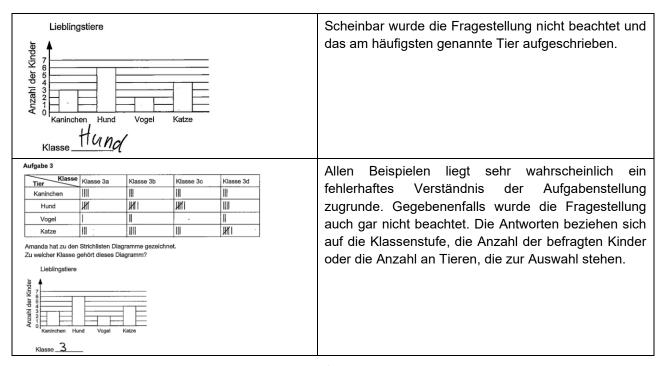
Wochentag Besucherzahl	Mo 200	DI 300	Mi 200	30	Fr 300	Sa 4	So 500	
Wochentag Besucherzahl	Mo 200	Di 300	Mi 200	200	Fr 300	\$a 200	So 500	Möglicherweise wurde ein vermeintliches Muster zu Beginn der Tabelle erkannt und fortgeführt: 200, 300, 200 → 200, 300, 200.

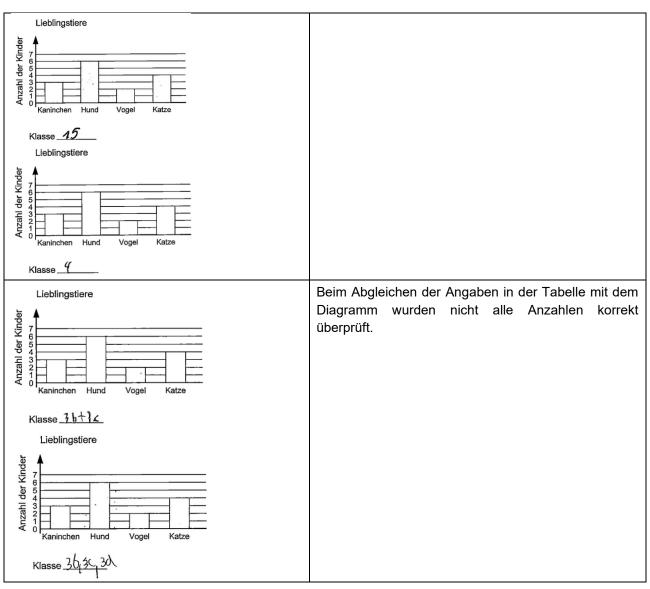
### Aufgabe 10 in Testheft A1



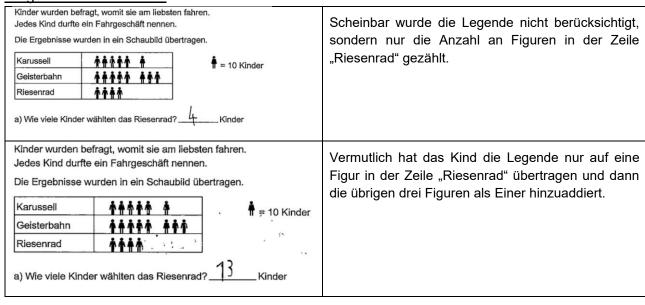
### Aufgabe 12 in Testheft A1

Das Übersetzen der Strichlisten in Anzahlen sowie das Abgleichen mehrerer Daten aus der Tabelle mit dem vorgegebenen Diagramm erfordert in <u>Aufgabe 12 in Testheft A1</u> ein konzentriertes Vorgehen. Wenn nur einzelne Angaben berücksichtigt werden, kann es zu falschen Ergebnissen kommen.

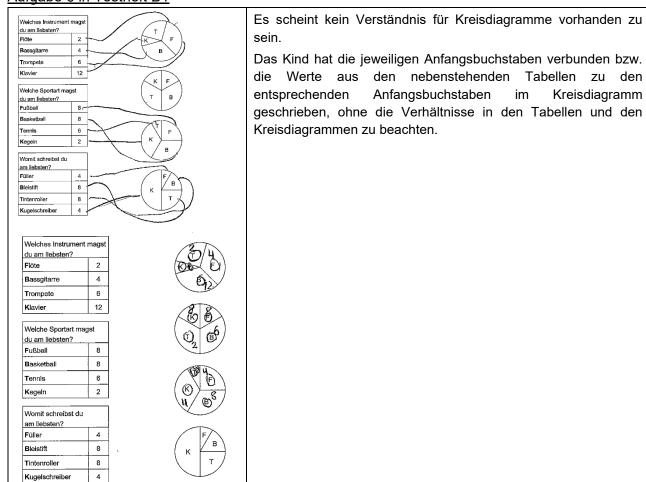




#### Aufgabe 7 in Testheft B1



### Aufgabe 6 in Testheft B1



### 7.1.3 Anregungen für den Unterricht

### Sammeln, Strukturieren und Darstellen von Daten

Das eigenständige Erheben, Strukturieren und Darstellen von Daten trägt wesentlich dazu bei, dass Schülerinnen und Schüler lernen, Datendarstellungen zu durchdringen und Schlussfolgerungen über den dargestellten Kontext abzuleiten. Die Vernetzung verschiedener Darstellungsebenen (Handlungen mit Material, Anzahlen, Strichlisten, Tabellen, verschiedene Diagramme, sprachliche Begleitung, ...) kann hierbei zu tieferen Einsichten und einem besseren Verständnis beitragen.

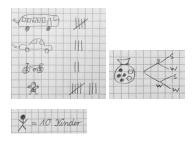
Zahlreiche Anlässe aus der Erfahrungswelt der Kinder bieten die Möglichkeit Daten zu sammeln, zu strukturieren und darzustellen.

#### Daten sammeln

- <u>Befragungen/Umfragen zu kindgerechten Themen:</u>
  - o Alter der Kinder, Haustiere, Hobbys, Geburtsmonate, Lieblingsfarben, ...
- Beobachtungen, Messungen:
  - Verkehrszählung, Wetterbeobachtungen, Pflanzenwachstum (z. B. Bohnen, Tomaten, Gurken), Ergebnisse von Experimenten, Besucherzahlen im Zoo, ....
- Abstimmungen:
  - o Wanderziele, Ausflugsziele, Klassensprecherwahl, Sportspiele, ...

#### Daten strukturieren und darstellen

- Urliste (Versuchsprotokoll, Fragebogen, Strichliste)
- Tabelle
- Schaubild
- Piktogramme
- Streifendiagramm/Balkendiagramm/Säulendiagramm
- Baumdiagramm
- Kreisdiagramm
- u. a.



Copyright Fotos: IQB

Beim Sammeln von Daten sollte ein besonderer Fokus auf die Erarbeitung geeigneter Möglichkeiten zur Strukturierung von Daten gelegt werden. So müssen bspw. die Regeln für das Erstellen von Strichlisten (Fünferstruktur) erst erarbeitet werden. Als Einführung bietet sich z. B. der Podcast "Lucy fragt" an, hier insbesondere das Thema "Strichlisten" (unter: <a href="https://www.kinderfunkkolleg-mathematik.de/lucy-fragt">https://www.kinderfunkkolleg-mathematik.de/lucy-fragt</a>).

Auch das Erstellen von Tabellen mit geeigneten Abständen und sinnvollen Beschriftungen der Spalten und Zeilen sollte anhand von verschiedenen Umfrageergebnissen immer wieder thematisiert und eingeübt werden.

Besondere Aufmerksamkeit sollte zudem dem Übertragen von Daten in verschiedene Darstellungsformen geschenkt werden. Folgende Übung bietet sich im Klassenraum an, um z. B. sukzessiv den Aufbau eines **Koordinatensystems** bzw. **eines Säulendiagramms** zu erarbeiten.

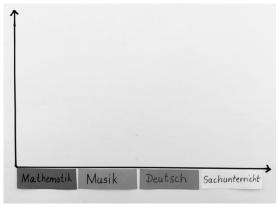
Ein unbeschriftetes Koordinatensystem wird auf ein Plakat gezeichnet. Alternativ bietet sich auch im Vorfeld das Erstellen eines Bodenbilds an, bei dem die Koordinaten mit Hilfe von Kreide oder Kreppband auf dem Boden dargestellt werden und die Kinder sich nach Kriterien (z. B. Lieblingsfach)

sortiert in Reihen anordnen. Vorhandene Fliesen oder Gehwegplatten können dabei als Strukturierungshilfen genutzt werden.



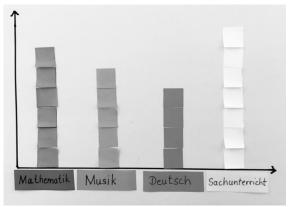
Copyright Foto: IQB

Zu der zu untersuchenden Frage, z. B. "Welches dieser Fächer magst du am liebsten?", legt die Lehrkraft entsprechende Wortkarten mit Antwortmöglichkeiten (farbig) an die x-Achse.



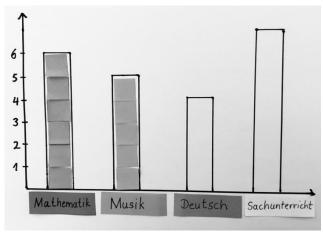
Copyright Foto: IQB

Nun werden die Schülerinnen und Schüler dazu aufgefordert, farblich entsprechende Post-Its zu nehmen und diese ohne Lücken und Überlappungen oberhalb ihrer Lieblingsfächer übereinander anzuordnen.



Copyright Foto: IQB

Anschließend wird mit einem Stift ein Rahmen um die Post-Its der Kinder gezogen (am besten ein Tafellineal hinzunehmen). So entsteht zu den jeweiligen Kategorien eine Säule und die y-Achse kann beschriftet werden.



Copyright Foto: IQB

Schließlich kann das Diagramm auf Kästchenpapier übertragen und durch eine Beschriftung und Überschrift ergänzt werden. Dabei können zunächst die x- und die y-Achse als Hilfestellungen vorgegeben werden, so dass die Lernenden nur die Säulen korrekt einzeichnen müssen.

Weitere Materialien und Möglichkeiten, die sich anbieten, um das Übertragen von Daten in verschiedene Darstellungsformen zu erarbeiten, sind:

- Steckwürfel
- Holzwürfel
- Schachteln (z. B. Streichholzschachteln)
- Bausteine
- Alltagsmaterialien (z. B. Steine, Gummibärchen, ...)

Eine digitale Möglichkeit zum Erstellen von Diagrammen bietet der "Diagramm-Generator" aus dem "Haus der kleinen Forscher", welcher kostenlos und frei verfügbar ist: <a href="https://www.meine-forscherwelt.de/diagramm-generator">https://www.meine-forscherwelt.de/diagramm-generator</a>

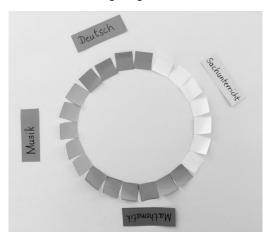
Mit dem Diagramm-Generator können eigene Beobachtungen und Forschungsergebnisse dokumentiert und ausgewertet werden. Aus wenigen Daten können einfache Diagramme (Säulen-, Linien- und Kreisdiagramme) zur Veranschaulichung erstellt werden. Je nach Art des Diagramms können Mengenverhältnisse, Anteile am Ganzen und zeitliche Verläufe auf einen Blick erfasst werden. Dabei sollte kritisch reflektiert werden, welches Diagramm die vorhandenen Daten am besten abbildet. So eignet sich ein Liniendiagramm bspw. nicht dazu, die Lieblingsfarben der Kinder einer Klasse darzustellen, sehr wohl aber für die Darstellung der Besucheranzahlen im Freibad über die verschiedenen Sommermonate hinweg.

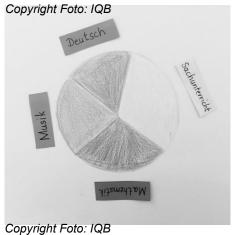
Bei der Weiterarbeit bietet es sich an, Aufgabenstellungen auszuwählen, welche die Kinder dazu anregen, den Prozess von der Datensammlung hin zur strukturierten Datendarstellung eigenständig zu durchlaufen. Dies umfasst:

- geeignete Fragestellungen für Umfragen zu finden
- eigene Umfragen durchzuführen
- Ergebnisse von Umfragen strukturiert darzustellen (z. B. in Strichlisten und Tabellen)
- geeignete Diagrammformen auszuwählen und Diagramme zu erstellen

Unvollständige Darstellungen etc. und Fehler, die in diesem Prozess entstehen, sollten wertschätzend aufgegriffen und gemeinsam mit den Schülerinnen und Schülern reflektiert werden.

Auch zur **Erarbeitung eines Kreisdiagramms** bietet es sich an, Post-Its einer Befragung zu nutzen. Um einen gedachten oder mit einfachen Mitteln gezeichneten Kreis (Untertasse, Pappteller) werden die Zettel gelegt, wobei sich der Umfang durch die Anzahl der Zettel ergibt. Wenn die Zettel nach Farben sortiert gelegt wurden, werden die Anteile (Kreissektoren) sichtbar.





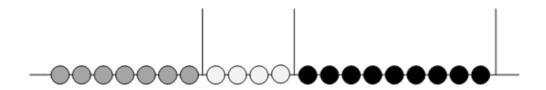
Denteco Denteco

Copyright Foto: IQB

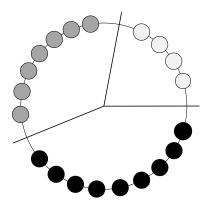
Ebenso kann der Aufbau eines Kreisdiagramms mit Hilfe eines dünnen Drahtes, bunten Perlen und Strohhalmen verdeutlicht werden.

- 7 Kinder mögen am liebsten Bananen,
- 4 Kinder mögen am liebsten Birnen und
- 9 Kinder mögen am liebsten Äpfel.

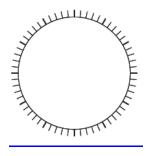
Es werden 7 gelbe Perlen auf den Draht gefädelt, mit der Erklärung, dass diese den 7 Kindern, die Bananen gewählt haben, entsprechen. Darauf folgen 4 grüne Perlen für die Kinder, die am liebsten Birnen mögen, und zum Abschluss 9 rote Perlen für die Kinder, die Äpfel bevorzugen. Um die Anteile der Früchte deutlicher darzustellen, kann jeweils ein Strohhalm zwischen den Farben aufgefädelt werden, so dass diese vom Draht "abstehen".



Formt man nun den Draht zu einem Kreis und schneidet die in die Mitte zeigenden Strohhalme so ab, dass sie sich in der Mitte treffen, können die Kinder eine prägnante Vorstellung davon aufbauen, wie sich ein Kreisdiagramm zusammensetzt. Dies kann zusätzlich noch dadurch unterstützt werden, dass man den Kreis auf ein Blatt Papier legt und die Anteile in den entsprechenden Farben anmalt.



Eine rein zeichnerische Erarbeitung von Kreisdiagrammen kann durch die Verwendung einer Zeichenuhr, wie sie im Geometrieunterricht verwendet wird, erfolgen. Die Stundenuhr mit der 12er-Einteilung kann dabei bspw. dann gut genutzt werden, wenn die Grundmenge der Stichprobe einem Vielfachen von 12 entspricht (z. B. Umfragen mit 24 Kindern). Ebenso ist es möglich, Kreisdiagramme mit der Gesamtzahl 100 (wegen 100 %) in Verbindung zu bringen. In diesem Fall ermöglicht die Minutenuhr mit 60 Strichen eine 10er-Einteilung, wobei immer 6 Sektoren (6 Minuten) 10% entsprechen.



Auch hier bietet sich als digitale Möglichkeit zur Erstellung eines Kreisdiagramms der "Diagramm-Generator" aus dem "Haus der kleinen Forscher" an, welcher kostenlos und frei verfügbar ist: <a href="https://www.meine-forscherwelt.de/diagramm-generator">https://www.meine-forscherwelt.de/diagramm-generator</a>

Dort können eigene Beobachtungen und Datenerhebungen dokumentiert und zur Veranschaulichung in Kreisdiagrammen übertragen werden. Auf diese Weise können Mengenverhältnisse und Anteile am Ganzen verdeutlicht werden.

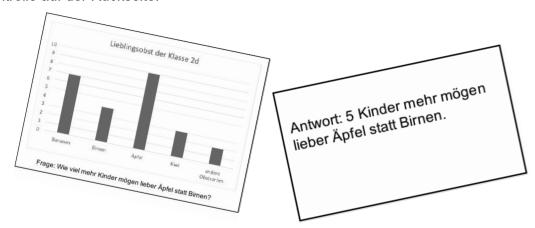
#### **Entnehmen und Interpretieren von Informationen**

Neben dem handlungsorientierten Sammeln, Strukturieren und Darstellen von Daten sollten sich die Schülerinnen und Schüler auch mit "fremden" grafischen Darstellungen von Daten auseinandersetzen und dazu angeregt werden, Informationen aus diesen Diagrammen zu entnehmen und zu interpretieren. Auf diese Weise können die Kinder einen schnelleren, aber auch

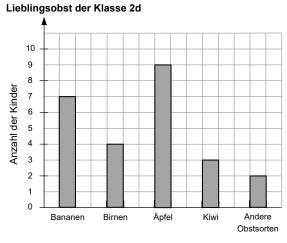
kritischeren Blick für den Aufbau verschiedener Darstellungen (Achsen, Legenden, Skalierungen, Strichlisten) entwickeln. Sie lernen, die Daten von Balken, Säulen oder aus Kreisen abzulesen und diese sowie die verschiedenen Darstellungsformen miteinander zu vergleichen.

### Anregungen dafür sind:

- Diagramme gemeinsam analysieren und beschreiben:
- "Welche Darstellungsform wurde gewählt?", "Was sieht man im Diagramm?", "Welche Überschrift könnte passen?"
- O Mögliche Antworten könnten sein: "Das ist eine Strichliste", "Ein Strich steht für eine Person", "An einer Achse (der y-Achse) sehe ich die Zahlen von 0 bis 10", "Diese Zahlen zeigen an …", "Es gibt 3 Säulen", "Die Säulen sind unterschiedlich hoch.", "Es geht um Obstsorten", "Die Legende sagt,…" (→ Kommunizieren)
- Differenzierungsmöglichkeiten zum Ablesen der Säulenwerte:
  - o Einen Gegenstand nutzen (Lineal, Stift, Papierstreifen, ...), um den Wert an der y-Achse zu ermitteln.
  - Säulen aus Steckwürfeln oder Papierstreifen nachbauen, um sie besser vergleichen zu können.
  - o Den Fokus nur auf eine Säule legen und den genauen Wert in die Säule eintragen.
  - o Diagramme mit nur 2 3 Säulen, Balken oder Kreisanteilen zum Ablesen verwenden.
- Eine herausfordernde Übung kann sein, eigene Fragen zu Diagrammen zu formulieren, die Antwort auf diese Fragen aufzuschreiben und daraus Karteikarten zu erstellen. Vorne sieht man das Diagramm und die Frage zum Diagramm, hinten die Antwort auf die Frage. Wahlweise kann die Vorderseite auch ein Diagramm mit verschiedenen Aussagen samt einer Falschaussage zeigen, wobei die Falschaussage identifiziert werden muss. Diese befindet sich dann zur Kontrolle auf der Rückseite.

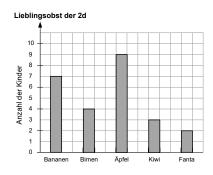


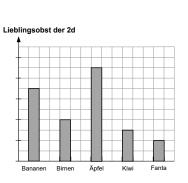
- Aussagen zu Diagrammen hinterfragen und überprüfen:
  - Zu einem Diagramm werden mehrere Aussagen aufgestellt. Die Kinder müssen herausfinden, welche Daten tatsächlich abgelesen werden können und welche nicht. Beispiel:



	Kann man ablesen
Die meisten Kinder mögen Äpfel.	
Es mögen mehr Jungen als Mädchen Birnen.	
23 Kinder mögen Obst.	
Die Klassenlehrerin mag Kiwis.	

 Um den Fokus der Schülerinnen und Schüler auf die Skalierung bzw. Beschriftung der Diagramme zu lenken, können Diagramme mit fehlender Skalierung, fehlerhafter Beschriftung o. Ä. präsentiert werden mit dem Auftrag, die Skalierung, Beschriftung etc. mit Hilfe der angegebenen Daten zu vervollständigen oder die "Fehler" zu markieren.

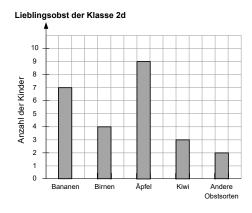


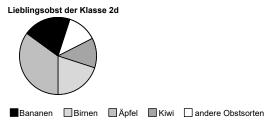




- Wahl des Diagrammtyps hinterfragen und begründet bewerten (→ Argumentieren), z. B.:
   "Ich kann gut erkennen,
  - o ... welche Obstsorte die meisten/wenigsten Kinder mögen."
  - ... wie viele Kinder Birnen mögen."

- o ... dass 5 Kinder Bananen mögen."
- ... wie viel mehr Kinder lieber Bananen als Birnen mögen."





Die Kinder können auf diese Weise erkennen, dass manche Aussagen zwar bei beiden Diagrammarten schnell abgelesen werden können (Äpfel mögen die meisten Kinder), die genaue Anzahl (3 Kinder mögen Kiwi) aber schneller einem Säulendiagramm zu entnehmen ist.

Übergreifend lässt sich sagen:

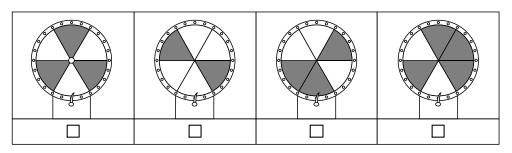
- Tabellen eignen sich, um Daten zu strukturieren sowie absolute Häufigkeiten zu ermitteln und darzustellen.
- Säulen-/Balkendiagramme erleichtern den Vergleich von Daten und das genaue Ablesen von absoluten Häufigkeiten.
- Kreisdiagramme zeigen die Häufigkeitsverteilung oder Anteile an.

# 7.2 Aufgaben zu Wahrscheinlichkeit

# Aufgabe 1 in Testheft A1

Bei welchem Glücksrad ist die Gewinnchance am größten? Kreuze an.

## Grau gewinnt



RICHTIG	Nur das 4. Kästchen wurde angekreuzt.
---------	---------------------------------------

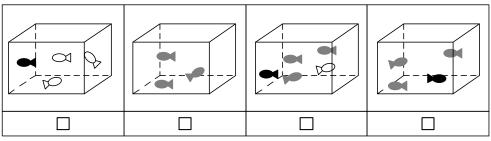
# Teilaufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)		
Kompetenzstufe	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1); mathematische Zusammenhänge erkennen und Vermutungen entwickeln (3.2)		
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen			
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten (z. B. bei Würfelspielen) einschätzen (5.2.b)		

# Aufgabe 3 in Testheft A1

Aus welchem Aquarium angelt Mitja **sicher** einen grauen Fisch?

#### Kreuze an.



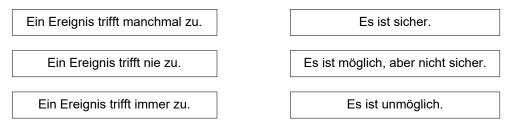
RICHTIG	Nur das 2. Kästchen wurde angekreuzt.

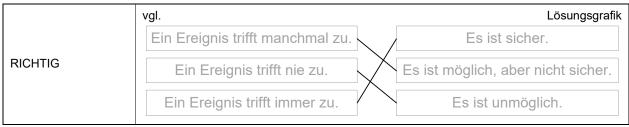
## Teilaufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	I
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden (2.2)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	Grundbegriffe kennen (z. B. sicher, unmöglich, wahrscheinlich) (5.2.a)

# Aufgabe 5 in Testheft A1

Immer zwei Aussagen passen zusammen. Verbinde.





Anforderungsbereich	Reproduzieren (I)
Kompetenzstufe	II
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden (2.2)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	Grundbegriffe kennen (z. B. sicher, unmöglich, wahrscheinlich) (5.2.a)

# Aufgabe 7 in Testheft A1

Emma würfelt einmal mit einem Spielwürfel.

Welche Aussage stimmt? Kreuze an.

Es ist möglich, aber nicht sicher, dass Emma eine 8 würfelt.

Es ist sicher, dass Emma eine 5 würfelt.

Es ist sicher, dass Emma eine 1, 2, 3, 4, 5 oder 6 würfelt.

RICHTIG	Nur das 3. Kästchen wurde angekreuzt.

## Teilaufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Reproduzieren (I)
Kompetenzstufe	
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden (2.2)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	Grundbegriffe kennen (z. B. sicher, unmöglich, wahrscheinlich) (5.2.a)

# Aufgabe 8 in Testheft A1

Magda baut aus diesem Netz einen Würfel und würfelt. Ergänze die Sätze.

Es ist **unmöglich**, dass Emma eine 2 würfelt.

	2			
5	2	6	Die Chance, die Zahl	₋zu würfeln, ist am größten.
	Die Chance die Zahl	Die Chance, die Zahl	zu würfeln, ist am kleinsten.	
	6	6	Dio Gharios, dio Zarii	_ za warrom, lot am momotom.

RICHTIG	Zeile 1: 2 Zeile 2: 5
FALSCH	alle anderen Antworten  1, 3, 4 - Diese Ereignisse sind bei dem Zufallsexperiment nicht möglich. Die Chancenabschätzung beschränkt sich auf mögliche Ereignisse.

## Teilaufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	II
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3)

110

Bildungsstandards	Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten (z. B. bei Würfelspielen) einschätzen
inhaltsbezogene	(5.2.b)
Kompetenzen	

# Aufgabe 2 in Testheft B1

Lisa zieht mit geschlossenen Augen eine Kugel. Sie will eine schwarze Kugel ziehen.

Kreuze an.

	sicher	möglich, aber unmöglic	
000			

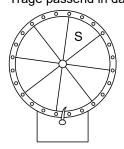
	vgl. Lösungsgrafik			
		sicher	möglich, aber nicht sicher	unmöglich
	00		×	
RICHTIG		×		
	00		×	
	000			×

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	

Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	mathematische Aussagen hinterfragen und auf Korrektheit prüfen (3.1)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	Grundbegriffe kennen (z. B. sicher, unmöglich, wahrscheinlich) (5.2.a); Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten (z. B. bei Würfelspielen) einschätzen (5.2.b)

# Aufgabe 3 in Testheft B1

Schwarz (S) und Weiß (W) sollen die gleichen Gewinnchancen haben. Trage passend in das Glücksrad ein.



RICHTIG	Schwarze und weiße Felder müssen die gleiche Anzahl ODER den gleichen Anteil haben.
RICHTIG	Die Anordnung von weißen und schwarzen Feldern ist nicht relevant.

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	I
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z. B. systematisch probieren) (1.2)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten (z. B. bei Würfelspielen) einschätzen (5.2.b)

# Aufgabe 8 in Testheft B1

Zum Schulfest erhält jede Klasse eine Kiste mit Losen.

In jeder Kiste sind so viele Lose, wie Kinder in der Klasse sind.

In jeder Kiste sind 6 Gewinnlose. Die restlichen Lose sind Nieten.

Klasse	3a	3b	3с	3d
Anzahl der Kinder	24	19	23	26

Kreı	uze an. Die Gewinn	chance			
	ist in allen Klassen gleich groß.				
	ist in der Klasse 3	d am größten.			
	ist in der Klasse 3	b am größten.			
	kann man nicht ei	nschätzen.			
Beg	ründe.				
<u> </u>					
RIC	CHTIG	Nur das 3. Kästchen wurde angekreuzt UND es wurde eine Begisinngemäß enthält, dass in der Klasse 3b die wenigsten Niete Chance, ein Gewinnlos zu ziehen, höher ist, z. B.:			
		<ul> <li>In der Klasse 3b sind die wenigsten Kinder.</li> <li>Bei den wenigen Kindern ist die Chance am größten.</li> <li>In den anderen Klassen sind mehr Kinder und dann auch meh</li> </ul>	nr Nieten.		
FAL	Ein anderes als das 3. Kästchen wurde angekreuzt UND/ODER es wurde keine, ein falsche oder unvollständige Begründung gegeben.				

Anforderungsbereich	Verallgemeinern und Reflektieren (III)
Kompetenzstufe	V
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	Begründungen suchen und nachvollziehen (3.3)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten (z. B. bei Würfelspielen) einschätzen (5.2.b)

## Aufgabe 10 in Testheft B1

Hamida würfelt gleichzeitig mit 4 Spielwürfeln. Kreuze an.

	sicher	möglich, aber nicht sicher	unmöglich
Die Augensumme ist durch 4 teilbar.			
Es sind 4 gleiche Zahlen.			
Die Augensumme ist 4.			
Die Augensumme ist 44.			

	vgl.			Lösungsgrafik
		sicher	möglich, aber nicht sicher	unmöglich
RICHTIG	Die Augensumme ist durch 4 teilbar.		×	
	Es sind 4 gleiche Zahlen.		×	
	Die Augensumme ist 4.		$\boxtimes$	
	Die Augensumme ist 44.			$oldsymbol{\boxtimes}$

#### Teilaufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	IV
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1); mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden (2.2)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	Grundbegriffe kennen (z. B. sicher, unmöglich, wahrscheinlich) (5.2.a)

#### 7.2.1 Aufgabenbezogener Kommentar

In den Bildungsstandards wird in dem Inhaltsbereich "Wahrscheinlichkeiten (von Ereignissen)" zwischen der Kompetenz "Grundbegriffe kennen" und der Kompetenz "Gewinnchancen einschätzen" (Eintrittswahrscheinlichkeiten beurteilen) unterschieden.

#### Grundbegriffe kennen

Die <u>Aufgaben 3 in Testheft A1, 5 in Testheft A1, 7 in Testheft A1, 2 in Testheft B1</u> und <u>10 in Testheft B1</u> setzen ein Verständnis von Grundbegriffen aus dem Bereich "Wahrscheinlichkeit" und deren sichere Anwendung voraus.

Hierbei sind drei Begriffe von besonderer Bedeutung:

- Ein Ereignis gilt als **sicher**: Die Eintrittswahrscheinlichkeit beträgt 100 %.
- Ein Ereignis gilt als **möglich**: Die Eintrittswahrscheinlichkeit ist höher als 0 %. Dies schließt die Eintrittswahrscheinlichkeit 100 % ("sicher") mit ein. Daher wird bei den Aufgaben, bei denen eine eindeutige Entscheidung zwischen "sicher" und "möglich" verlangt wird, die Formulierung "möglich, aber nicht sicher" verwendet. Ansonsten müsste bei einer hundertprozentigen Eintrittswahrscheinlichkeit

neben "sicher" auch immer "möglich" mit angekreuzt werden. Die Thematisierung dieses Aspekts im Unterricht kann zu spannenden Erkenntnissen bei den Kindern führen (siehe "Anregungen für den Unterricht").

• Ein Ereignis gilt als **unmöglich**: Die Eintrittswahrscheinlichkeit beträgt 0 %.

Nur die Umschreibung "möglich, aber nicht sicher" lässt also einen Spielraum für die Einschätzung, wie wahrscheinlich ein zufälliges Ereignis ist. Ein unmögliches Ereignis kann auf keinen Fall eintreten, ein sicheres Ereignis wird auf jeden Fall eintreten. Die beiden letztgenannten Fälle bedürfen keiner weiteren Differenzierung bezüglich der Gewinnchancen.

Zu beachten ist außerdem, dass die drei Begriffe "sicher", "möglich" und "unmöglich" für sich genommen noch keine Fachbegriffe darstellen, sondern erst im Zusammenhang mit den jeweiligen Ereignisbeschreibungen dazu werden. Die Kinder kennen die Begriffe daher vermutlich eher aus alltäglichen Situationen mit einer anderen Bedeutung und werden die Bezeichnungen zunächst nicht als Fachbegriffe wahrnehmen:

- "Der Pullover sieht unmöglich aus." (im Sinne von "nicht gut", "schlecht")
- "Der Weg zur Schule ist sicher." (im Sinne von "gefahrlos")
- "Beim nächsten Mal würfle ich sicher eine 6." (im Sinne von "bestimmt", "hoffentlich")

Insbesondere die <u>Aufgabe 5 in Testheft A1</u> erfordert dabei hohe und gesicherte Sprachkenntnisse von den Kindern, da sie die Grundbegriffe "sicher", "unmöglich" und "möglich" hier abstrakten Aussagen (losgelöst von jeglicher konkreten Situation) zuordnen müssen. Bei den anderen Aufgaben hingegen sind immer Sachkontexte vorgegeben, die die Kinder auf die jeweiligen Wahrscheinlichkeiten hin untersuchen sollen.

#### Gewinnchancen einschätzen

Bei <u>Aufgabe 1 in Testheft A1</u> und <u>Aufgabe 3 in Testheft B1</u> setzen sich die Kinder mit einem Zufallsgenerator, dem Glücksrad, auseinander. Während bei der <u>Aufgabe 1 in Testheft A1</u> lediglich die Wahrscheinlichkeit für "Grau gewinnt" eingeschätzt werden muss, indem die Anzahl (bzw. der Bogenumfang) der weißen und grauen Flächen miteinander verglichen wird, fordert die <u>Aufgabe 3 in Testheft B1</u> die korrekte Beschriftung eines Glücksrads, sodass die beiden Farben Schwarz und Weiß die gleiche Gewinnchance haben. Hierfür müssen die Kinder erkennen, dass die zwei Farben jeweils gleich häufig auf dem Glücksrad vorkommen müssen (wenn die Segmente alle gleich groß sind). Die Anordnung der einzelnen Felder ist dabei irrelevant.

Das Lösen der Aufgabe 8 in Testheft A1 erfordert Kenntnisse über die Eigenschaften des Zufallsgenerators "Würfel" und die damit verbundenen möglichen Ausgänge bzw. Wahrscheinlichkeiten. Die Kinder müssen verstehen, dass bei einem Spielwürfel aufgrund der regelmäßigen Form jede Seite gleichwahrscheinlich gewürfelt wird. Ausgehend davon müssen sie dazu in der Lage sein, über den Vergleich der Anzahlen der Flächen mit gleicher Zahl nachzuvollziehen, welche Zahl am wahrscheinlichsten und welche am unwahrscheinlichsten gewürfelt wird.

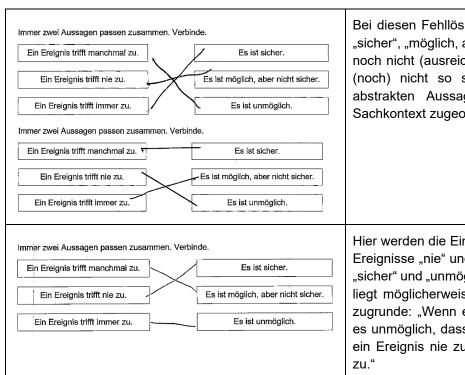
Anders verhält es sich bei der <u>Aufgabe 8 in Testheft B1</u>, bei der ein Zufallsgenerator umschrieben ist: In jeder Klasse gibt es genauso viele Lose, wie es Kinder in der Klasse gibt; sechs dieser Lose sind Gewinnlose, der Rest sind Nieten. Die Kinder müssen in der Lage sein, die Verhältnisse zwischen den Anzahlen der Kinder in den verschiedenen Klassen und der Anzahl der Gewinnlose angemessen deuten, um schlussfolgern zu können, dass die Gewinnchance bei 6 Gewinnlosen in der Klasse mit den wenigsten Kindern am größten ist.

### 7.2.2 Mögliche Schwierigkeiten

Die <u>Aufgabe 3 in Testheft A1</u> bildet eine Situation ab, wie sie die Kinder möglicherweise von Angelspielen kennen, und sollte entsprechend vielen Kindern vertraut sein. Fehllösungen basieren daher vermutlich eher auf einem ungenauen Lesen als auf einem fehlenden Verständnis für die abgebildete Situation. So kann z. B. das Überlesen des Wortes "grauen" bei manchen Kindern zu der Fehlvorstellung führen, dass das Aquarium mit mehr bzw. den meisten Fischen eine größere bzw. die größte Chance bietet, einen Fisch zu fangen (unabhängig von der Farbe des Fisches).

Bei <u>Aufgabe 2 in Testheft B1</u> bereitet es den Schülerinnen und Schülern vermutlich weniger Schwierigkeiten einzuschätzen, ob ein Ereignis sicher oder unmöglich ist, wohingegen die Einschätzung, ob ein Ereignis möglich, aber nicht sicher ist, anspruchsvoller sein könnte. Dies könnte einerseits darauf zurückzuführen sein, dass das Auftreten oder Nicht-Auftreten von möglichen, aber nicht sicheren Ereignissen weniger absolut und damit schwieriger zu beurteilen ist, und andererseits könnten sprachliche Schwierigkeiten ursächlich sein, da die Formulierung "möglich, aber nicht sicher" deutlich komplexer ist als die Begriffe "sicher" und "unmöglich".

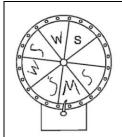
#### Aufgabe 5 in Testheft A1



Bei diesen Fehllösungen sind die Grundbegriffe "sicher", "möglich, aber nicht sicher", "unmöglich" noch nicht (ausreichend) gesichert bzw. werden (noch) nicht so sicher verstanden, dass sie abstrakten Aussagen ohne einen konkreten Sachkontext zugeordnet werden können.

Hier werden die Eintrittswahrscheinlichkeiten der Ereignisse "nie" und "immer" den Grundbegriffen "sicher" und "unmöglich" zugeordnet. Der Lösung liegt möglicherweise die folgende Interpretation zugrunde: "Wenn ein Ereignis immer zutrifft, ist es unmöglich, dass es *nicht* eintritt." und "Wenn ein Ereignis nie zutrifft, dann trifft es sicher nie zu."

#### Aufgabe 3 in Testheft B1



Bei diesem häufig auftretenden Fehler ist davon auszugehen, dass das Kind lediglich die von ihm ausgefüllten Segmente zählt und das bereits vorhandene "s" nicht berücksichtigt. Für das Kind besteht daher eine gleichmäßige Verteilung seiner Felder.

SWS WS	Die Formulierung "sollen die gleiche Gewinnchance haben" aus der Aufgabenstellung wird hier scheinbar nicht verstanden. Das Kind beschränkt sich zwar auf die Farben "s" und "w", die Anzahl führt jedoch nicht zu den geforderten Gewinnchancen.
FDSO	Hier werden offensichtlich wahllos Buchstaben eingesetzt, da nicht davon auszugehen ist, dass für das Kind "F" und "U" Abkürzungen für Farben sind. "S" und "W" kommen zwar vor, möglicherweise wird jedoch auch hier das bereits vorhandene "s" nicht mitbedacht (siehe Erläuterung 1).

## Aufgabe 8 in Testheft B1

Augabe o III Testrielt DT	
□ ist in allen Klassen gleich groß.  □ ist in der Klasse 3d am größten. □ ist in der Klasse 3b am größten. □ kann man nicht einschätzen.  ■ Begründe. ■ Wall Aie Alasse 3 A am wengsten. ■ Yunder Lab.	Dieser fehlerhaften Begründung und Auswahl liegt möglicherweise ein Flüchtigkeitsfehler zugrunde (b und d wurden vertauscht), denn die Begründung selbst ist korrekt – die geringste Anzahl der Kinder wurde als entscheidend erkannt.
	Die Gewinnchance wird nur auf die Anzahl der Gewinnlose zurückgeführt. Das Verhältnis zwischen Anzahl der Gewinnlose und Anzahl aller Lose wird außer Acht gelassen.
ist in allen Klassen gleich groß.    ist in der Klasse 3d am größten.   ist in der Klasse 3b am größten.   kann man nicht einschätzen.    Begründe.   Som der Klasse 3 d sind 26 lien der unde in den anderen sloss sind wenigen.    Begründe.   Sheil die Masse 3d die meinen hare haben.	Der Lösung liegt vermutlich die Vorstellung zugrunde, dass die Gewinnchance umso größer ist, je mehr Kinder/Lose existieren.
hose paken.	

In <u>Aufgabe 10 in Testheft B1</u> und <u>Aufgabe 7 in Testheft A1</u> dienen angedeutete Würfelspielsituationen als Sachgrundlage für die Einschätzung möglicher Eintrittswahrscheinlichkeiten. Hier gilt es zu beachten, dass Kinder (und auch Erwachsenen) durch

Emotionen im Spiel beeinflusst werden (können). Dies kann zu fehlerhaften Erklärungsmustern und Fehlvorstellungen über den Zufall führen, z. B. dass eine Sechs besonders schwer zu würfeln sei oder dass durch Beschwörungen, Wünsche oder Handlungen der Zufall beeinflussbar sei (vgl. auch Aufgabe 8 in Testheft A1). Derartige Fehlvorstellungen über die Ursachen von Eintrittswahrscheinlichkeiten müssen bei der Analyse von (fehlerhaften) Schülerinnen- und Schülerlösungen bedacht und im Unterricht aufgegriffen werden, wenn die Kinder einen reflektierten Umgang mit Wahrscheinlichkeiten erlernen sollen.

Zur Einschätzung der Eintrittswahrscheinlichkeit eines Würfelereignisses und somit zur korrekten Lösung der <u>Aufgabe 10 in Testheft B1</u> ist das Verständnis der Begriffe "Auge" als Punktzahl auf einem Würfel und "Summe" als Ergebnis einer Addition, in diesem Fall von vier Augenzahlen, unerlässlich. Des Weiteren kann eine fehlerhafte Interpretation der Aufgabenstellung zu folgenden Fehlvorstellungen und somit falschen Lösungen führen:

- Die Tatsache, dass vier Spielwürfel gewürfelt werden, könnte die Kinder dazu verleiten, zu denken, dass die Augensumme durch vier teilbar sein muss. (Antwortmöglichkeit 1)
- Dass die Würfel gleichzeitig gewürfelt werden, könnte bei den Kindern zu der Fehlvorstellung führen, dass sicher vier gleiche Zahlen gewürfelt werden. (Antwortmöglichkeit 2)

Bei <u>Aufgabe 7 in Testheft A1</u> kommt es vermutlich dann zu Schwierigkeiten, wenn die Grundbegriffe "unmöglich", "möglich, aber nicht sicher" und "sicher" (noch) nicht verstanden werden bzw. (noch) nicht ausreichend gesichert sind, da ein sicheres Ereignis (Antwortmöglichkeit 3) als eindeutige Lösung angeboten wird.

#### Aufgabe 8 in Testheft A1

2 5 2 6 Die Chance, die Zahl zu würfeln, ist am größten.  2 6 Die Chance, die Zahl zu würfeln, ist am kleinsten.	Die Begriffe "am größten" und "am kleinsten" fungieren hier scheinbar als Signalwörter, die größte bzw. kleinste Zahl zu notieren. Es wird nicht berücksichtigt bzw. verstanden, dass die Zahl mit der größten bzw. kleinsten Gewinnchance gefunden werden soll.
Die Chance, die Zahl zu würfeln, ist am größten.  Die Chance, die Zahl zu würfeln, ist am kleinsten.	Die Lösung basiert vermutlich auf dem subjektiven Gefühl, dass die Chance, eine 6 zu würfeln, besonders klein ist und häufiger kleine Zahlen gewürfelt werden. Die Häufigkeiten der Zahlen auf dem Würfelnetz werden nicht beachtet.
Die Chance, die Zahl zu würfeln, ist am größten.  Die Chance, die Zahl zu würfeln, ist am kleinsten.  Die Chance, die Zahl zu würfeln, ist am größten.  Die Chance, die Zahl zu würfeln, ist am größten.  Die Chance, die Zahl zu würfeln, ist am kleinsten.	Ein häufiger Fehler ist das Eintragen von Zahlen, die auf dem Würfelnetz nicht abgebildet sind. Diese Art von Fehler kann wahrscheinlich darauf zurückgeführt werden, dass die Aufgabenstellung nicht verstanden wurde bzw. dass die Zahlen auf dem Würfelnetz nicht beachtet wurden (und stattdessen ein "normaler" Spielwürfel angenommen wurde – inklusive der oben beschriebenen Fehlvorstellungen).

## 7.2.3 Anregungen für den Unterricht

#### Grundbegriffe kennen

Zur **Einführung der Begriffe** können verschiedene Aussagen aus der Erfahrungswelt der Kinder, notiert auf Kärtchen, den entsprechenden Sprechblasen zugeordnet und diskutiert werden (→ *Kommunizieren*, → *Argumentieren*), z. B.:



ich beim Würfeln zweimal hintereinander eine Drei würfle.	der FC Bayern aus der Bundesliga absteigt.
ich einen Klassenkameraden am Nachmittag beim Einkaufen treffe.	Delfine nur im Wasser leben.
man im Urlaub jemanden trifft, den man kennt.	um 9:30 Uhr Pause ist.
ich irgendwann eine Brille bekomme.	Kinder älter als ihre Eltern sind.
ein Mensch eine Woche ohne Flüssigkeit leben kann.	auf der Straße drei schwarze Autos hintereinander parken.
ich 300 Jahre alt werde.	ich heute fernsehen darf.
ich beim Wettlauf im Sport gewinne.	es heute Hausaufgaben gibt.
Karotten auf dem Apfelbaum wachsen können.	wir uns im September wiedersehen.
im Herbst Äpfel reif werden.	es heute Pfannkuchen als Mittagessen gibt.
ich nächste Woche krank bin.	aus einem Frosch ein Prinz wird, wenn ich ihn küsse.

Begriffe anhand von Zufallsexperimenten festigen: "sicher" – "möglich, aber nicht sicher" – "unmöglich"

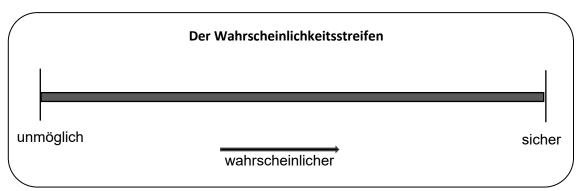
Ein reflektierter Umgang mit Eintrittswahrscheinlichkeiten kann nur dann angeregt, verfestigt und ausgebaut werden, wenn Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten anhand authentischer Situationen im Unterricht thematisiert werden. Daher sollten wiederholt Impulse gesetzt werden, um den Schülerinnen und Schülern zu ermöglichen, neue, andere und bewusste Erfahrungen mit dem Zufall zu machen und Verlust- und Gewinnsituationen zu erleben, z. B. Mensch-ärgere-dich-nicht spielen, ein Glücksrad drehen, Lose oder Perlen oder Karten ziehen, etc. Durch dieses vielfältige Ausprobieren und Variieren von Zufallsexperimenten und das gleichzeitige Dokumentieren der Ausgänge (zum Beispiel durch Strichlisten), können die Kinder ergründen, wann und warum Verlust- und Gewinnsituationen entstehen. Beispiele für unterschiedliche Zufallsexperimente, die die Kinder zunächst selbst durchführen, protokollieren und diskutieren können, finden sich im nächsten Absatz (Gewinnchancen einschätzen).

Der Austausch über Zufallsexperimente und deren Ausgänge kann durch das Anlegen eines Wortspeichers (ggf. grafisch ergänzt) für Zufallsexperimente unterstützt werden. Er kann zudem als Grundlage für selbst erstellte Aufgaben der Kinder dienen, z. B.:

Zufallsexperimente	Wortspeicher Vergleiche	Wortspeicher Begriffe
--------------------	-------------------------	-----------------------

Glücksrad drehen	"mehr als"	"Gewinnchance"	
Würfel werfen	"weniger als"	"sicher"	
Kugeln ziehen aus Kisten	"genauso wie"	"möglich, aber nicht sicher"	
Lose ziehen aus Kisten	"größer als"	"unmöglich"	
Perlen ziehen aus Kisten	"kleiner als"	"wahrscheinlicher als"	
		"weniger wahrscheinlich als"	

Eine visuelle Unterstützung beim Beschreiben und Verorten von Eintrittswahrscheinlichkeiten kann ein "Wahrscheinlichkeitsstreifen" sein:



Jedes Kind schätzt durch Positionierung eines Stiftes auf dem Streifen ein, wie hoch es die Wahrscheinlichkeit eines gegebenen Ereignisses einstuft. Die Einschätzungen sollten dann in einem sich anschließenden Gespräch begründet werden (→ Kommunizieren, → Argumentieren).

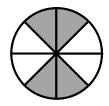
Des Weiteren lässt sich mit dieser Darstellung auch gut der Grundbegriff "möglich, aber nicht sicher" erarbeiten. Die Spanne zwischen "unmöglich" und "sicher" ist der Bereich für "möglich, aber nicht sicher". Je nach Situation ist hier das Eintreten eines Ereignisses eher wahrscheinlich oder weniger wahrscheinlich. Immer bleibt es aber in dem Bereich von "möglich, aber nicht sicher" (→ Kommunizieren).

#### Gewinnchancen einschätzen

Wenn den Schülerinnen und Schülern deutlich geworden ist, dass die Begriffe "sicher", "möglich, aber nicht sicher" und "unmöglich" zur mathematischen Fachsprache gehören, und sie hinreichend Übung hatten, mit diesen Begriffen Gewinnchancen bzw. Eintrittswahrscheinlichkeiten zu beschreiben, kann man dazu übergehen, Eintrittswahrscheinlichkeiten von Ereignissen quantitativ differenzierter zu betrachten und zu beschreiben.

Durch ein experimentelles, handlungsorientiertes Vorgehen bei einfachen Zufallsexperimenten (z. B. Drehen eines Glücksrads, Ziehen von Losen oder Kugeln, Werfen einer Münze oder eines Würfels) kann das Einschätzen, Vergleichen und Begründen von Gewinnchancen bzw. Eintrittswahrscheinlichkeiten einzelner Ereignisse vorbereitet werden. Im Anschluss an derartige konkrete Handlungserfahrungen bietet sich eine differenzierte Betrachtung von möglichen Ereignissen an, indem diese genauer zwischen "sicher" und "unmöglich" verortet werden. Der oben abgebildete Wahrscheinlichkeitsstreifen kann hierfür zur Hand genommen werden.

Hierfür ein Beispiel: Aussagen zu einem Glücksrad zuordnen

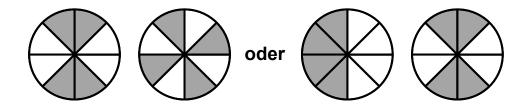


	richtig	falsch
Das Glücksrad hat mehr weiße Felder als graue.		
Das Glücksrad hat gleich viele weiße und graue Felder.		
Die Gewinnchance für Weiß ist größer.		
Die Gewinnchance für Grau ist am kleinsten.		
Es ist unmöglich, dass Grau gewinnt.		
Es ist möglich, dass Grau gewinnt.		

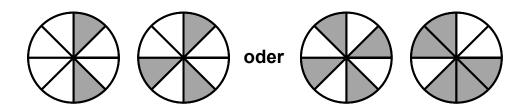
### Wahrscheinlichkeiten vergleichen

Nachdem verschiedene Zufallsexperimente selbst durchgeführt wurden und dadurch erste Erfahrungen zu Gewinnchancen und Eintrittswahrscheinlichkeiten von Ereignissen gesammelt werden konnten, können die Gewinnchancen bei verschiedenen Zufallsgeneratoren (z. B. Münzen, Würfel, Glücksrad ...) miteinander verglichen werden.

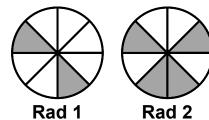
Hierbei sollte gemäß dem Prinzip "vom Einfachen zum Komplexen" vorgegangen werden. Anfangs sollten daher nur zwei Ereignisse direkt miteinander verglichen werden. So können zum Beispiel zwei <u>Glücksräder</u> mit der gleichen Anzahl an Segmenten zuerst mit gleichen Farbanteilen



und danach mit unterschiedlichen Farbanteilen besprochen werden. Wichtig ist hier die Thematisierung, ob die Kreissegmente gleich groß sind:



Ein weiteres Aufgabenformat, das in diesem Kontext eingesetzt werden kann, ist das folgende:

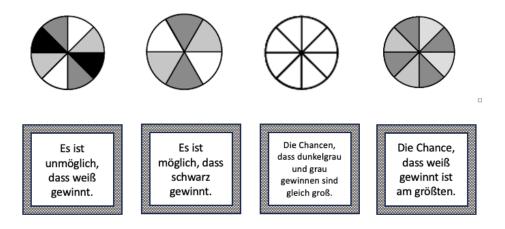


	Rad 1	Rad 2
Die Felder sind alle gleich groß.		
Das Glücksrad hat mehr weiße Felder als graue.		
Das Glücksrad hat gleich viele weiße und graue Felder.		
Das Glücksrad hat weniger graue Felder als weiße.		
Es ist möglich, dass Grau gewinnt.		
Es ist unmöglich, dass Weiß gewinnt.		
Die Gewinnchance für Weiß ist größer.		
Die Gewinnchance für Grau ist am kleinsten.		
Die Gewinnchance für beide Farben ist gleich groß.		

Diese Aufgaben können gut in Partner- oder Gruppenarbeit bearbeitet und diskutiert werden  $(\rightarrow Argumentieren, \rightarrow Kommunizieren)$ .

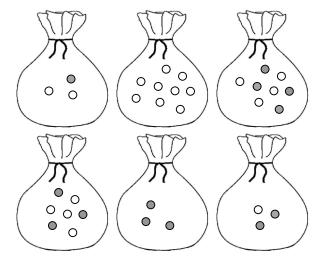
Im Anschluss können Glücksräder mit *unterschiedlicher* Segmentanzahl (und unterschiedlicher Segmentgröße) verglichen werden.

Wichtig hierbei ist der korrekte Gebrauch der Grundbegriffe (s. o. "sicher"/"möglich"/"unmöglich") sowie der Gewinnchancenbezeichnung ("kleinste"/"kleine"/"keine"/"große"/"größte"). Besonders wichtig wird hier erneut, zunächst die Größe und Anzahl der Segmente des Kreises zu klären, denn erst, wenn klar ist, ob die Kreissegmente alle gleich groß sind und ob es bei unterschiedlichen Glücksrädern gleich viele sind, können vergleichende Überlegungen angestellt werden.



Das Urnenmodell / Kugeln ziehen

Zum Einstieg könnten folgende Übungen mit den Schülerinnen und Schülern durchgeführt werden:



- Du gewinnst mit einer schwarzen Kugel. Welches Säckchen würdest du wählen? Begründe deine Antwort
- Du gewinnst mit einer schwarzen Kugel. Welches Säckchen würdest du auf keinen Fall nehmen?
   Begründe deine Antwort.

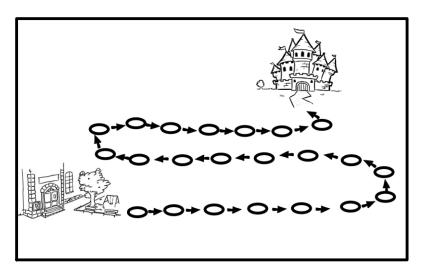
Bei dieser Aktivität muss von der Anzahl der jeweiligen Kugeln im Verhältnis zu der Gesamtanzahl an Kugeln auf die Gewinnchance geschlossen werden. Nach vielfältigen Übungen, wie z. B. das Einfärben von Kugeln in Säckchen, ist auch ein umgekehrtes Vorgehen möglich. Hierbei bekommen die Kinder Säckchen, die z. B. mit vier/fünf/sechs Kugeln in zwei/drei/vier verschiedenen Farben gefüllt sind. Die Kinder haben dann den Auftrag, mithilfe der Anzahl an Kugeln im Säckchen und den Gewinnchancen je Farbe herauszufinden, wie viele Kugeln welche Farbe haben ( $\rightarrow$  *Problemlösen*).

#### Bedingungen:

- "Es darf nicht in das Säckchen geschaut werden."
- "Es darf beliebig oft gezogen werden, jedoch immer nur eine Kugel, die immer wieder zurückgelegt wird."

#### Der Würfel

Spiel mit einem Würfel:



"Du würfelst und darfst ein Feld vor, wenn..."

Regel 1: "... die Augenzahl gerade ist."

Regel 2: "... die Augenzahl durch 3 teilbar ist."

Regel 3: "... die Augenzahl kleiner als 5 ist."

Regel 4: "... die Augenzahl 6 ist."

usw.

Den Schülerinnen und Schülern sollte dabei zunächst die Möglichkeit gegeben werden, Erfahrungen mit den verschiedenen Regeln zu sammeln, die dann als Anlass genommen werden können, um die Regeln auf ihre Eintrittswahrscheinlichkeiten hin zu untersuchen und das Spiel somit als fair oder unfair zu bewerten.

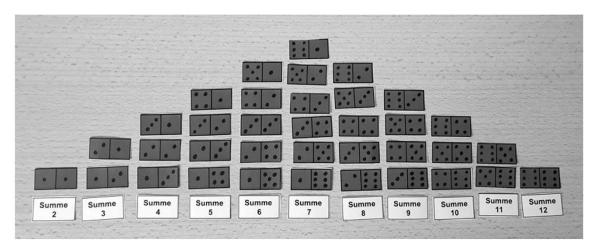
Spiel mit zwei Würfeln

"Du würfelst und addierst die Augenzahl beider Würfel.

Du darfst ein Feld vor, wenn das Ergebnis deine Gewinnzahl ist."

- Regel 1: "Spieler 1 hat die Gewinnzahlen 5, 6, 7 und 8."
   "Spieler 2 hat die Gewinnzahlen 1, 2, 3 und 4."
- Regel 2: "Spieler 1 hat die Gewinnzahlen 3, 4, und 12." "Spieler 2 hat die Gewinnzahlen 7, 8 und 9"

Anschließend können die Kombinationsmöglichkeiten der Augenzahlen und damit unterschiedlich wahrscheinliche Ereignisse (die verschiedenen Augensummen) untersucht werden. So erkennen die Kinder z. B., dass mit zwei Würfeln die Summen 2 und 12 nur durch jeweils eine bestimmte Augenzahlkombination erreicht werden können, während die Summe 7 durch insgesamt sechs verschiedene Augenzahlkombinationen erzielt werden kann und damit am wahrscheinlichsten ist. Um zu verdeutlichen, dass es sich z. B. bei 3 + 4 und 4 + 3 um zwei unterschiedliche Ereignisse handelt, sollten die Experimente möglichst mit Würfeln in unterschiedlichen Farben durchgeführt werden.



Mögliche Summen mit zwei Würfeln, Copyright Foto: IQB

#### Hinweis:

Wurde bisher noch nicht mit Würfeln gearbeitet, sollte zunächst der Aufbau eines Spielwürfels mit den Würfelzahlen 1 bis 6 thematisiert werden.

Alternativ können anstatt der Augenzahlsummen auch die Produkte der beiden gewürfelten Augenzahlen betrachtet und auf ihre Wahrscheinlichkeiten hin untersucht werden.

#### Das Würfelschwein

Als weiterführende Möglichkeit zum Aufbau eines tragfähigen Verständnisses von Wahrscheinlichkeiten und zur Förderung der prozessbezogenen Kompetenz → Argumentieren (Begründungen suchen und nachvollziehen) bietet sich ein asymmetrischer Zufallsgenerator an, wie z. B. das Würfelschwein aus dem Spiel "Schweine-Würfeln" (Sandra Schnabel aus "Grundschulunterricht Mathematik" Oldenburg 2017).





Copyright Fotos: IQB

D..... st die fünf Positionen, in denen das Würfelschwein landen kann, und die aufgrund der Asymmetrie des Schweins unterschiedlich häufig vorkommen, erarbeitet werden.

#### Mögliche Fragen/Aufgabenstellungen sind z. B.:

- "Auf welcher Position könnte das Schwein am häufigsten landen? Begründe deine Vermutung."
- "Würfle' mehrmals mit dem Schwein und führe eine Strichliste. Was kannst du beobachten? Warum ist das so? Begründe deine Antwort."
- "Überlege dir eine Spielregel (unfair/fair) für ein Schweine-Würfelspiel."

### Eigene Zufallsexperimente entwickeln

Nach dem Erproben und Durchführen von verschiedenen Zufallsexperimenten können die Kinder auch zur aktiven Gestaltung eigener Zufallsexperimente nach Vorgabe oder eigenen Ideen angeregt werden. Ebenso können Zufallsexperimente (nach Vorgabe) und Eintrittswahrscheinlichkeiten von Ereignissen bewusst verändert werden. Auf diese Weise können die Schülerinnen und Schüler ein tieferes Verständnis von Zufallsexperimenten entwickeln und lernen, Wahrscheinlichkeiten nicht nur

wie zuvor abzulesen und einzuschätzen, sondern auch darzustellen und zu manipulieren (z. B. ein Glücksspiel so verändern, dass es fair/unfair ist; ein Glücksspiel zu eigenen Gunsten verändern).

Ein erster Zugang zur selbstständigen Beeinflussung von Gewinnchancen stellt das Färben von Glücksrädern oder Kugeln dar.

In einem ersten Schritt kann ein gleichmäßig in Sektionen unterteiltes Glücksrad von den Kindern mehrfach unterschiedlich gefärbt werden, mit der Vorgabe, dass dennoch alle Farben die gleiche Gewinnwahrscheinlichkeit haben sollen.

Die Komplexität kann dann dadurch weiter gesteigert werden, dass die Kinder Glücksräder zu vorgegebenen Aussagen einfärben müssen, z. B.:



- Rot hat die größte Chance zu gewinnen
- Die Chancen für blau und grün sind gleich groß
- Dass gelb gewinnt ist nicht unmöglich, aber unwahrscheinlich
- Es ist unmöglich, dass braun gewinnt

#### oder

• "Zeichne ein Glücksrad, bei dem die Gewinnchance für Rot doppelt so hoch ist wie für Blau."

#### oder

 Abändern von vorhandenen Glücksrädern und Formulieren von entsprechenden Satzstrukturen zu diesen Glücksrädern

Besonders motivierend ist für die Kinder zudem, wenn sie sich darüber hinaus auch eigene Spiele zu den Glücksrädern überlegen dürfen. Wichtig bei all diesen Aktivitäten ist der Austausch über das jeweilige Vorgehen (→ Kommunizieren).

Für einen einfachen Vergleich von Gewinnchancen bei <u>Kugeln in Säckchen</u> ist es sinnvoll, die Gesamtanzahl der Kugeln zunächst nicht zu verändern:

"In jedem Säckchen soll es schwarze Kugeln geben."

"Die Wahrscheinlichkeit, eine weiße Kugel zu ziehen, soll im linken Säckchen am geringsten, im rechten Säckchen am höchsten sein. Male passend an. Wie gehst du vor? Worauf achtest du?"



Der Schwierigkeitsgrad bei Aufgaben zum selbstständigen Beeinflussen der Gewinnchancen kann dann dadurch erhöht werden, dass die Gesamtmenge z. B. bei Kugeln in verschiedenen Säckchen unterschiedlich ist, wie in den folgenden Beispielen:

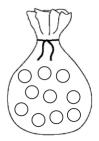
"Färbe einzelne Kugeln schwarz."

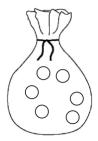
"Die Wahrscheinlichkeit, eine weiße Kugel zu ziehen, soll im linken Säckchen am geringsten, im rechten Säckchen am höchsten sein. Male passend an. Wie gehst du vor? Worauf achtest du?"

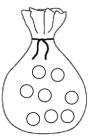


Wichtig zu beachten ist dabei, dass die Anzahl der Kugeln in den Säckchen nicht teilerfremd sein darf, wenn die Wahrscheinlichkeit gleich sein soll. Bei der folgenden Aufgabe ist die Anzahl der Kugeln aus diesem Grund durch 2 teilbar:

"Färbe die Kugeln so, dass bei jedem Säckchen die gleiche Wahrscheinlichkeit besteht, eine schwarze Kugel zu ziehen. Male passend an. Wie gehst du vor? Worauf achtest du?"







# 7.3 Aufgaben zu Kombinatorik

# Aufgabe 11 in Testheft A1

Maik hat einen Ball (B), ein Seil (S) und ein Auto (A).

Er darf zwei Spielsachen mitnehmen.

Schreibe alle Möglichkeiten auf.



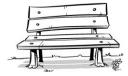
	B-S, B-A, S-A
	ODER
RICHTIG	Ball – Seil, Ball – Auto, Seil – Auto
	Die Reihenfolge der Möglichkeiten ist beliebig.
	Die Reihenfolge der Spielsachen innerhalb einer Möglichkeit ist ebenfalls beliebig.
	alle anderen Antworten
FALSCH	Werden Auswahlmöglichkeiten doppelt genannt, z.B.B-S und S-B, wird die Aufgabe als falsch gewertet, da nicht erkannt wurde, dass es sich um dieselbe Möglichkeit handelt.

## Teilaufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	III
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z. B. systematisch probieren) (1.2)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	einfache kombinatorische Aufgaben (z.B. Knobelaufgaben) durch Probieren bzw. systematisches Vorgehen lösen (1.3.e)

# Aufgabe 11 in Testheft B1

Melis (M), Tobias (T) und Anton (A) sitzen auf einer Bank. In welcher Reihenfolge können die Kinder sitzen? Schreibe alle Möglichkeiten auf.



M - T - A

	[M-T-A], M-A-T, T-M-A, T-A-M, A-M-T, A-T-M
RICHTIG	Die Reihenfolge der notierten Möglichkeiten ist egal. Lösungen dürfen auch doppelt notiert werden. Andere gut nachvollziehbare Notationsweisen sind ebenfalls richtig zu werten, z. B. MAT, mat, Melis-Tobias-Anton,

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
---------------------	-------------------------------

Kompetenzstufe	IV
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z. B. systematisch probieren) (1.2)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	einfache kombinatorische Aufgaben (z.B. Knobelaufgaben) durch Probieren bzw. systematisches Vorgehen lösen (1.3.e)

# Aufgabe 4 in Testheft A1



Welche dreistelligen Zahlen kann man aus diesen Ziffernkarten bilden? Schreibe alle Zahlen auf.



RICHTIG	[123], 132, 213, 231, 312, 321
	Die Reihenfolge der Lösungen ist beliebig. 123 kann erneut notiert werden.

# Teilaufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	II
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z. B. systematisch probieren) (1.2)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	einfache kombinatorische Aufgaben (z.B. Knobelaufgaben) durch Probieren bzw. systematisches Vorgehen lösen (1.3.e)

# Aufgabe 5 in Testheft B1



Phil legt mit diesen Zifferkarten alle Zahlen, die größer als 300 und kleiner als 400 sind.

Welche Zahlen sind das? Schreibe auf.



RICHTIG	324, 342 Die Reihenfolge der notierten Möglichkeiten ist egal.
FALSCH	alle anderen Antworten Zahlen, in denen Ziffern mehrfach vorkommen, z. B. 343, sind ebenfalls als falsch zu werten.

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
---------------------	-------------------------------

Kompetenzstufe	III
Bildungsstandards allgemeine Kompetenzen	Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z. B. systematisch probieren) (1.2)
Bildungsstandards inhaltsbezogene Kompetenzen	einfache kombinatorische Aufgaben (z.B. Knobelaufgaben) durch Probieren bzw. systematisches Vorgehen lösen (1.3.e)

### 7.3.1 Aufgabenbezogener Kommentar

Die vorliegenden Aufgaben stammen aus dem Bereich der Kombinatorik, in dem man folgende Grundmuster unterscheidet: **Kombinationen**, bei denen die Reihenfolge keine Rolle spielt, sowie **Permutationen** und **Variationen**, bei denen die Anordnung der Objekte entscheidend ist. Bei Permutationen werden alle verfügbaren Objekte angeordnet, während bei Variationen nur eine Auswahl der Objekte in eine Reihenfolge gebracht wird. Beispiele hierfür finden sich im Abschnitt "Anregungen für den Unterricht".

Neben der Anordnung und der Auswahl einzelner Objekte kann relevant sein, ob Wiederholungen möglich sein sollen oder nicht: Ohne Wiederholung kommt jedes Objekt nur einmal vor, mit Wiederholung können Objekte mehrfach auftreten.

Um alle möglichen Zusammenstellungen zu bestimmen, sind sog. Zählstrategien essenziell. Systematische Auflistungen verhindern dabei Doppelungen und Auslassungen.

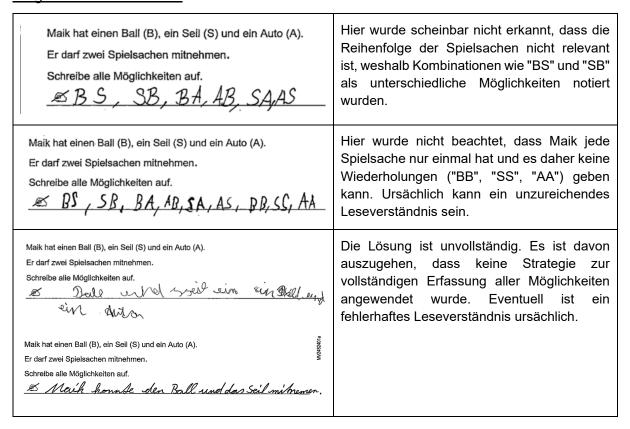
Bei der <u>Aufgabe 11 in Testheft A1</u> werden von den Kindern alle Kombinationen von drei Spielsachen gefordert, wobei kein Spielzeug doppelt vorkommen kann. Die Reihenfolge der Spielsachen spielt keine Rolle. Die Kinder müssen also erkennen, dass z. B. die Möglichkeiten "Auto-Seil" und "Seil-Auto" gleichwertig sind. Ein systematisches und übersichtliches Vorgehen hilft, Doppelzählungen oder Auslassungen zu vermeiden.

Bei <u>Aufgabe 11 in Testheft B1</u> und <u>Aufgabe 4 in Testheft A1</u> handelt es sich um Permutationen ohne Wiederholung, da die Reihenfolge der Elemente relevant ist und jeweils alle vorgegebenen Elemente genutzt werden müssen, ohne dass Elemente mehrfach vorkommen dürfen. Bei beiden Aufgaben sind jeweils drei Elemente gegeben. Beide Aufgaben fordern somit die gleichen Kompetenzen, sind aber in unterschiedliche Kontexte eingebettet. In <u>Aufgabe 11 in Testheft B1</u> sollen drei Kinder auf einer Sitzbank angeordnet werden, bei <u>Aufgabe 4 in Testheft A1</u> dreistellige Zahlen aus drei vorgegebenen Ziffern gebildet werden. Um beide Aufgaben erfolgreich zu bearbeiten, müssen die Kinder in der Lage sein, einfache kombinatorische Aufgaben durch Probieren bzw. durch systematisches Vorgehen zu lösen. Auch hier hilft ein systematisches und übersichtliches Vorgehen dabei, Doppelzählungen oder Auslassungen zu vermeiden.

Die <u>Aufgabe 5 in Testheft B1</u> ist ein Beispiel für ein kombinatorisches Muster, bei dem die Reihenfolge der vorgegebenen Zahlen bedeutsam ist (Permutation) und bei dem die Zahlen jeweils nur einmal auftreten dürfen (ohne Wiederholung). Es ist hier von besonderer Bedeutung, dass die Kinder die Aufgabenstellung aufmerksam lesen und verstehen, da nicht alle möglichen dreistelligen Zahlen, die mit den drei Ziffernkarten gelegt werden können, gesucht werden, sondern nur die Möglichkeiten innerhalb eines vorgegebenen Größenbereichs. Dafür benötigen die Kinder eine grundlegende Orientierung im Zahlenraum bis 1000. Ausgehend davon können die verschiedenen Möglichkeiten durch systematisches Probieren herausgefunden werden oder die Kinder entwickeln gedanklich Ordnungsstrukturen, nach denen sie die Möglichkeiten notieren.

## 7.3.2 Mögliche Schwierigkeiten

## Aufgabe 11 in Testheft A1



#### Aufgabe 11 in Testheft B1 und Aufgabe 4 in Testheft A1

Bei kombinatorischen Problemen zur Anzahlbestimmung oder der Auflistung aller Möglichkeiten zeigen Kinder in der Regel unterschiedliche Herangehensweisen und Strategien. Grundsätzlich sind hierbei rein probierende von systematischen und strukturierten Vorgehensweisen zu unterscheiden. Fehlerhafte Schülerinnen- und Schülerlösungen sind in der Regel auf reines, nicht systematisches Probieren oder auf noch instabile Strategien zurückzuführen. Doch auch bei einem (ansatzweise) systematischen Vorgehen stellt das Notieren der Möglichkeiten eine zusätzliche Schwierigkeit dar und wird bei mehr als drei anzuordnenden Elementen schnell unübersichtlich.

Melis (M), Tobias (T) und Anton (A) sitzen auf einer Bank.
In welcher Reihenfolge können die Kinder sitzen?
Schreibe alle Möglichkeiten auf.

M-T-A. Ī-M-A, M-U-T, T-A-M

Melis (M), Tobias (T) und Anton (A) sitzen auf einer Bank. In welcher Reihenfolge können die Kinder sitzen? Schreibe alle Möglichkeiten auf.

M-T-A AT M, TMA,

Bei all diesen Antworten gibt es Auslassungen:

Es werden einige, aber noch nicht alle Möglichkeiten aufgelistet. Da die beiden Möglichkeiten fehlen, bei denen sich Anton (A) links befindet, ist es möglich, dass hier bereits ansatzweise systematisch vorgegangen wurde.

Hier fehlen drei mögliche Anordnungen. Dieser Lösung könnte die Annahme zugrunde liegen, dass jedes der drei Kinder einmal ganz links sitzt. Es wird nicht berücksichtigt, dass die beiden übrigen Kinder noch einmal die Plätze tauschen können.

Melis (M), Tobias (T) und Anton (A) sitzen auf einer Bank. Hier fehlt eine mögliche Anordnung. Möglicherweise wurde In welcher Reihenfolge können die Kinder sitzen? übersehen, dass auch noch die vorgegebene Lösung Schreibe alle Möglichkeiten auf. variiert werden kann: M-T-A → M-A-T. M-T-A. T-A-M. A-M-T.T-M-A, TA-T.M. Melis (M), Tobias (T) und Anton (A) sitzen auf einer Bank. Die Buchstaben wurden in die richtige Reihenfolge gebracht In welcher Reihenfolge können die Kinder sitzen? und alphabetisch geordnet. Der Auftrag "Schreibe alle Schreibe alle Möch Noch dom Alohabel Möglichkeiten auf" wurde scheinbar nicht beachtet oder M-T-Anicht verstanden. Melis (M), Tobias (T) und Anton (A) sitzen auf einer Bank. Hier scheint u. a. das übersichtliche und einheitliche In welcher Reihenfolge können die Kinder sitzen? Auflisten der Möglichkeiten dem Kind Schwierigkeiten zu Schreibe alle Möglichk T-A-M, Atm, m, At bereiten und dazu zu führen, dass nicht alle Möglichkeiten gefunden und notiert werden.

Auch bei diesen Antworten gibt es Auslassungen: Die Reihenfolge der Zahlen lässt vermuten, dass hier eine Strategie angewandt wurde (Hunderter bleibt, Zehner- und Welche dreistelligen Zahlen kann man aus diesen Ziffernkarten bilden? Schreibe alle Zahlen auf. Einer-Ziffer tauschen die Plätze). Möglicherweise wurde übersehen, dass auch noch die vorgegebene Zahl 123 auf diese Weise zu 132 verändert werden kann. Hier fehlen drei mögliche Anordnungen. Dieser Lösung Welche dreistelligen Zahlen kann man aus diesen Ziffernkarten bilden? könnte die Annahme zugrunde liegen, dass jede Ziffer Schreibe alle Zahlen auf. einmal an der Hunderterstelle vorkommen kann. Es wird £ 123, 321,231 nicht berücksichtigt, dass die beiden übrigen Ziffern noch einmal die Plätze tauschen können. 2 Hier wurde nicht verstanden, dass jede Ziffernkarten nur Welche dreistelligen Zahlen kann man aus diesen Ziffernkarten bilden? einmal verwendet werden darf und es deshalb keine Schreibe alle Zahlen auf. Wiederholungen geben kann. 

### Aufgabe 5 in Testheft B1

324 oder 342	Ein Element der Lösung fehlt. Vermutlich hat das Kind überlesen oder nicht verstanden, dass es alle möglichen Zahlen aufschreiben soll.
Schreibe alle Zahlen auf, die größer sind als 300 und kleiner als 400 $\times$ 234, 243, 4-22, 423, 324, 342,	Die Lösungsmenge wurde nicht auf den vorgegebenen

	Größenbereich – größer als 300 und kleiner als 400 – eingegrenzt. Ursächlich könnten ein ungenaues Lesen oder ein fehlerhaftes Leseverständnis sein.
482, 423, 324, 842 423, 432 (324) (342) (234, 1843)	Die Lösungsmenge wurde falsch bzw. nur zum Teil eingegrenzt. Dies könnte darauf hindeuten, dass nur ein Teil der vorgegebenen Bedingungen beachtet wurde (größer als 300 oder kleiner als 400).
324, 342, 333, 323, 344,	Die Lösungsmenge wurde zwar richtig eingegrenzt, aber scheinbar hat das Kind nicht verstanden, dass jede Ziffer nur genau einmal vorkommen darf.
2 8 4  Schreibe alle Zahlen auf, die größer sind als 300 und kleiner als 400.  8 3 5 0 3 9 9 2 3 5 7 2 3 7 2 3 7 2	Die vorgegebenen Ziffernkarten wurden nicht oder nur zum Teil zur Lösung genutzt. Die Aufgabenstellung wurde vermutlich nicht richtig verstanden.
301, 302, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 309	Eventuell hat das Kind bei dem zweiten Beispiel gedacht, es müsse alle Zahlen zwischen 300 und 400 aufschreiben und hat damit aufgehört, als die Schreiblinie voll war.

## 7.3.3 Anregungen für den Unterricht

In der Lebenswelt von Kindern lassen sich viele geeignete Kontexte für kombinatorische Aufgabenstellungen finden. Das zunächst probierende, im weiteren Verlauf zunehmend systematische Vorgehen ist dabei als zentrales Lösungsverfahren in der Grundschule anzusehen. Durch gemeinsame Reflexionen von Kinderlösungen können Strategien zum Auffinden aller Möglichkeiten erarbeitet und Referenzmodelle für die kombinatorischen Grundmuster entwickelt werden ( $\rightarrow$  Kommunizieren,  $\rightarrow$  Argumentieren). Anhand ausgewählter Aufgabenstellungen können die Kinder auch erste Erfahrungen mit Tabellen oder Baumdiagrammen als spezielle Darstellungsmöglichkeiten beim systematischen Vorgehen sammeln ( $\rightarrow$  Problemlösen). Nicht das rechnerische Ermitteln der Gesamtanzahl aller Möglichkeiten ist Ziel der Grundschule, sondern das Erkennen strukturgleicher Aufgaben und Nutzen des Analogieprinzips.

Kriterien für die Auswahl kombinatorischer Aufgabenstellungen in der Grundschule können die folgenden sein:

- Aufgaben aus dem Lebensumfeld der Kinder (z. B. Geburtstagsfest, Klassenfahrt),
- Aufgaben, die einen handlungsorientierten (materialgestützten) Zugang bieten (z.B. Türme aus Steckwürfeln bauen),
- Aufgaben, bei denen die Gesamtanzahl der Möglichkeiten mit einem vertretbaren Material- und Zeitaufwand (begrenzte Anzahl anzuordnender Elemente) dargestellt werden kann (→ *Darstellen*),
- Aufgaben, bei denen unterschiedliche Lösungswege möglich sind (→ Kommunizieren und → Problemlösen),
- Aufgaben, die eine sinnvolle Differenzierung (z. B. Erweiterung um zusätzliche Elemente, einschränkende Vorgaben) ermöglichen,
- fächerverbindende Aufgabenstellungen durch vielfältige Einkleidungen,
- Unterstützung bei der Entwicklung allgemeiner mathematischer Kompetenzen (→ Argumentieren,
   → Kommunizieren, → Problemlösen, → Darstellen).

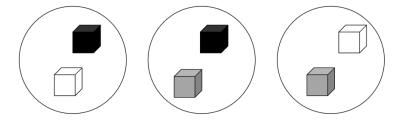
Insbesondere anhand des Zusammenstellens oder des Anordnens von Steckwürfeln und Bauklötzen lassen sich unterschiedliche Varianten kombinatorischer Aufgabenstellungen mit steigender Komplexität gut verdeutlichen.

#### Kombinationen

Bei Kombinationen spielt die Reihenfolge der Elemente keine Rolle. Häufig werden solche Aufgaben mithilfe von "Schälchen" veranschaulicht, in denen Würfel (oder ähnliches) liegen.

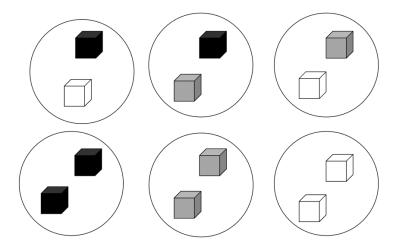
#### Variante 1:

"Du hast Würfel in drei verschiedenen Farben. Lege immer zwei Würfel in ein Schälchen. Jede Farbe darf nur einmal vorkommen. Welche verschiedenen Möglichkeiten gibt es?" (Kombination ohne Wiederholung)



#### Variante 2:

Komplexer wird es, wenn jede Farbe mehrfach in einem Schälchen vorkommen darf (Kombination mit Wiederholung): "Du hast Würfel in drei verschiedenen Farben. Lege immer zwei Würfel in ein Schälchen. Die Farben dürfen auch doppelt vorkommen. Welche verschiedenen Möglichkeiten gibt es?"



Durch diese beiden Aufgabenstellungen lässt sich die steigende Komplexität bei kombinatorischen Problemen anschaulich verdeutlichen. Die Kinder können gezielt herausarbeiten, wann Wiederholungen sinnvoll und zulässig sind und wann sie ausgeschlossen werden sollten. Dabei können sie erkennen, dass die vorgegebenen Bedingungen (z. B. Wiederholung oder keine Wiederholung) die Anzahl an möglichen Kombinationen maßgeblich beeinflussen.

#### Mögliche weitere Einkleidungen:

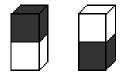
- "Wie viele Möglichkeiten gibt es, 3 Kugeln Eis aus 4 Sorten auszuwählen?" (Aufgabe mit und ohne Wiederholung möglich)
- "Du hast 5 verschiedene Eier. Du möchtest ein Nest mit genau drei Eiern füllen. Welche Möglichkeiten gibt es?" (Aufgabe mit und ohne Wiederholung möglich)
- "In einem Turnier treten 6 Mannschaften an: A, B, C, D, E, und F. Jede Mannschaft spielt genau einmal gegen jede andere Mannschaft. Wie viele Spiele werden insgesamt gespielt?"
- "Bei einem Geburtstag treffen sich 4 Personen. Jede Person begrüßt jede andere Person mit einem Händedruck. Wie viele Händedrücke werden insgesamt ausgetauscht, wenn jede Person jeder anderen Person genau einmal die Hand gibt?"

#### Permutationen und Variationen mit Wiederholung

Bei den folgenden Aufgaben handelt es sich um Variationen mit Wiederholung bzw. Permutationen, d. h. die Reihenfolge der Elemente ist bedeutsam. Hier werden also solche Kontexte genutzt, bei denen die Reihenfolge relevant ist, z. B. Türme aus farbigen Bausteinen bauen. Hier ist zu beachten, dass Türme aus Bausteinen gemeint sind, die ein "Oben" und ein "Unten" haben. Ein Turm mit "unten rot" und "oben blau" ist ein anderer als ein Turm mit "unten blau" und "oben rot". (Die "Knöpfe" bei Systemsteinen und Steckwürfeln erleichtern das Unterscheiden von oben und unten.)

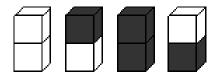
#### Variante 1:

"Du hast Würfel in 2 Farben. Baue daraus Zweiertürme. Jede Farbe darf in jedem Turm nur einmal vorkommen. Finde alle möglichen Türme." (Permutationen ohne Wiederholung)



Variante 2:

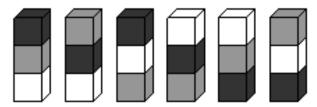
"Du hast Würfel in 2 Farben. Baue daraus Zweiertürme. Die Farben dürfen auch doppelt vorkommen. Finde alle möglichen Türme." (**Permutationen mit Wiederholung**)



Die systematische Anordnung der gefundenen Lösungen hilft bei der Kontrolle, ob alle Möglichkeiten gefunden wurden, und führt zu einem grundlegenden Verständnis: Jede mögliche Farbe (des Bodenwürfels) ist mit jeder möglichen Farbe (des Deckwürfels) kombiniert.

#### Variante 3:

"Du hast Steckwürfel in 3 Farben. Baue daraus Dreiertürme. In jedem Turm darf jede Farbe nur einmal vorkommen. Finde alle möglichen Türme." (**Permutation ohne Wiederholung**)

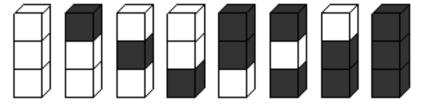


Diese kombinatorische Grundstruktur findet sich auch in <u>Aufgabe 11 in Modul B</u> und <u>Aufgabe 4 in</u> Modul A wieder.

Die Fragestellung für alle Situationen ist stets die gleiche: "Wie viele Möglichkeiten gibt es?". Alle Situationen lassen sich in einem ersten Zugang konkret-handelnd durchspielen. Im Anschluss können die Lösungen systematisch aufgelistet werden. Die strukturierten Anordnungen können sich dabei in Abhängigkeit von den genutzten Strukturierungsmerkmalen unterscheiden. Die verschiedenen Vorgehensweisen sollten im Unterricht thematisiert werden, weswegen nicht nur die Beantwortung der Frage "Wie viele Möglichkeiten gibt es?" als gemeinsames Stundenziel gesetzt werden kann, sondern auch die der Frage "Wie bist du beim Finden verschiedener Möglichkeiten vorgegangen?" ( $\rightarrow$  Kommunizieren,  $\rightarrow$  Problemlösen,  $\rightarrow$  Argumentieren,  $\rightarrow$  Darstellen).

#### Variante 4:

"Du hast Steckwürfel in 2 Farben. Baue daraus Dreiertürme. Jede Farbe darf beliebig oft vorkommen. Finde alle möglichen Türme." (Variation mit Wiederholung)

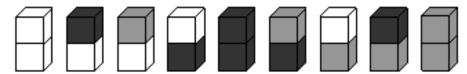


Zur Lösung dieser Aufgabe kann ganz unterschiedlich vorgegangen werden und auch die abschließende Dokumentation kann sehr unterschiedlich aussehen. Hier ein Beispiel:

Ausgehend von einer weißen "Dreierstange" wird ein weißer Würfel gegen einen schwarzen Würfel ausgetauscht. Dieser "wandert" systematisch durch den Turm, bis alle Variationen für 2 weiße und 1 schwarzen Würfel gelistet sind. Dann wird ein weiterer weißer Würfel gegen einen schwarzen Würfel ausgetauscht, der auch wieder "wandert", usw. Als Differenzierung können hier zusätzlich verschiedene Teilmengen aller Lösungen betrachtet werden (z. B. "Wie viele dieser Türme sind einfarbig?" "Gibt es mehr Türme mit einem oder mit zwei weißen Würfeln? Warum?") (→ Kommunizieren, → Argumentieren).

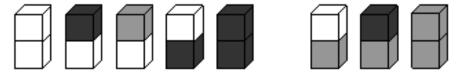
#### Variante 5:

"Du hast Steckwürfel in 3 Farben. Baue daraus Zweiertürme. Jede Farbe darf beliebig oft in jedem Turm verwendet werden. Finde alle möglichen Türme." (Variation mit Wiederholung)

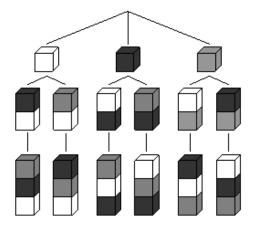


Eine mögliche Vorgehensweise zum Finden und Dokumentieren der Möglichkeiten ist die folgende: Jede Farbe kommt einmal im "Erdgeschoss" vor und hat in der "ersten Etage" jeweils einmal jede der drei Farben.

Mithilfe von systematischen Darstellungen können fehlende Möglichkeiten gefunden werden: "Welcher Turm fehlt? Wie gehst du vor? Begründe." (→ Kommunizieren, → Problemlösen, → Argumentieren).



Die hier geschilderten Varianten erfordern seitens der Lernenden das Aufstellen von Vermutungen, das systematische Probieren sowie das Prüfen und Begründen der Vollständigkeit der Lösungen (→ *Argumentieren*). Auf Grundlage der hier vorgestellten konkret-handelnden Bearbeitungsebene sollten im weiteren Verlauf des Unterrichts auch abstraktere Bearbeitungen und Dokumentationen erarbeitet und gefestigt werden (z. B.: für jeden farbigen Würfel ein "Kästchen" einfärben, für jeden farbigen Würfel einen Buchstaben (w-b-s) verwenden oder ein Baumdiagramm nutzen).



Permutationsaufgaben bzw. Variationsaufgaben lassen sich in verschiedene Einkleidungen bringen, bei denen Dinge bzw. Personen in eine räumliche oder zeitliche Reihenfolge gebracht werden sollen. Dies kann auch damit einhergehen, dass die Anzahl der anzuordnenden Elemente erhöht wird. Allerdings bedeutet dies auch, dass es, gerade bei einer unstrukturierten Vorgehensweise, zunehmend schwieriger wird, den Überblick zu behalten. Dies macht das Entwickeln von systematischen Strategien notwendig.

Mögliche weitere Einkleidungen:

lineare oder räumliche Anordnungen von Objekten oder Personen: Türme aus Bauklötzen oder Steckwürfeln bauen, Perlen auffädeln, Aufstellung für ein Familienfoto, Tierfiguren anordnen

Färbeprobleme (z. B. Flaggen basteln),

Zahlen aus Ziffernkarten bilden,

Staffellauf: In welcher Reihenfolge können die Kinder einer Mannschaft laufen?

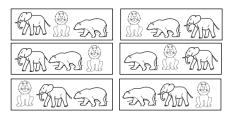
Reihenfolge der Spiele bei einem Kindergeburtstag festlegen, Besuch von Fahrgeschäften auf dem Jahrmarkt

Zahlenschlosscode oder PIN vergessen (Ziffern bekannt)

#### <u>Unterrichtsbeispiel: Tierfiguren anordnen (Permutation ohne Wiederholung)</u>

Aufgabe: "Mia sammelt Tierfiguren. Sie möchte ihre neuen Tierfiguren (Elefant, Löwe, Bär) auf einem Regalbrett nebeneinander anordnen. Wie viele Möglichkeiten hat sie?"

Die Kinder finden die unterschiedlichen Anordnungen durch ein handelndes Vorgehen und fotografieren diese. Um alle Anordnungen gleichzeitig präsentieren zu können, kann mit den Bildern der Tiere gearbeitet werden.



Die Kinder notieren die verschiedenen Anordnungen unter Verwendung von Farben (Fell- bzw. Hautfarbe) und/oder mithilfe der Anfangsbuchstaben: ELB, BLE, LEB, BEL, LBE.

Anschließend können die Möglichkeiten geordnet und Strategien für ein systematisches, strukturiertes Vorgehen erarbeitet werden (z. B. "Der Elefant steht links und die beiden anderen Tiere tauschen die Plätze.", "Ich stelle den Elefanten nacheinander nach links, in die Mitte und nach rechts und finde dafür jeweils alle Möglichkeiten.") (→ Kommunizieren).

Differenzierung: Ein weiteres Tier (Flamingo) wird hinzugefügt und anhand dessen die Notwendigkeit einer strukturierten Vorgehensweise und Auflistung erarbeitet ( $\rightarrow$  Darstellen,  $\rightarrow$  Kommunizieren,  $\rightarrow$  Argumentieren).

Eingrenzung der Lösungsmenge: Es sollen nur die Anordnungen gefunden werden, die bestimmte Vorgaben erfüllen (z. B. "Finde alle Anordnungen mit vier Tieren, bei denen der Elefant links steht.").

Weitere Einkleidung der Aufgabe:

"Mia und Paul sind im Zoo. Sie wollen unbedingt zu den Elefanten, zu den Löwen und den Bären. Die beiden streiten sich, in welcher Reihenfolge sie die Tiere besuchen wollen. Welche Möglichkeiten gibt es für die Reihenfolge?"

### 8. Literaturverzeichnis

- Blum, W. (2006). Die Bildungsstandards Mathematik. Einführung. In W. Blum, C. Drüke-Noe, R. Hartung & O. Köller (Hrsg.), Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen (S. 14¬-32); Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor.
- Grundschule Mathematik (2017). Mathematik im Alltag. Grundschule Mathematik 54/2017. Hannover: Friedrich Verlag.
- Grundschule Mathematik (2024). Zeit und Geld. Grundschule Mathematik 80/2024. Hannover: Friedrich Verlag.
- Haberstock, M. (2015). Anton hat Zeit. Hamburg: Verlag Friedrich Oetinger.
- Helmke, A. (2006). Was wissen wir über guten Unterricht? Pädagogik, 2, 42-45.
- Hirt, U. & Wälti, B. (2008). Lernumgebungen im Mathematikunterricht. Natürliche Differenzierung für Rechenschwache bis Hochbegabte. Hannover: Friedrich Verlag.
- Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (2013). Kompetenzstufenmodell zu den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4) in der Fassung vom 11.02.2013. (https://www.iqb.hu-berlin.de/bista/ksm)
- KMK (2005). Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4). Beschluss vom 15.10.2004. (https://www.iqb.hu-berlin.de/bista/subject und https://www.kmk.org/de/themen/qualitaetssicherung-in-schulen/bildungsstandards.html )
- Radatz, H. & Schipper, W. (Hrsg.) (1998). Handbuch für den Mathematikunterricht. Band 2: 2. Schuljahr. Hannover: Schroedel.
- Reiss, K. & Winkelmann, H. (2008). Step by step. Ein Kompetenzstufenmodell für das Fach Mathematik. Grundschule, 40 (10), 34¬-37.
- Reiss, K. & Winkelmann, H. (2009). Kompetenzstufenmodelle für das Fach Mathematik im Primarbereich. In D. Granzer, O. Köller, A. Bremerich-Vos, M. van den Heuvel-Panhuizen, K. Reiss & G. Walther (Hrsg.), Bildungsstandards Deutsch und Mathematik. Leistungsmessung in der Grundschule (S. 120¬-141). Weinheim: Beltz.
- Reiss, K., Roppelt, A., Haag, N., Pant, H. A. & Köller, O. (2012). Kompetenzstufenmodelle im Fach Mathematik. In P. Stanat, H. A. Pant, K. Böhme & D. Richter (Hrsg.), Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern am Ende der vierten Jahrgangsstufe in den Fächern Deutsch und Mathematik (S. 72¬-84). Münster: Waxmann.
- Veit, A., Jarczak, K., Fuhrmann, J. & Kolcov, K. (2022). SINUS. NRW: Eine Reise in die Welt der Brüche Forscherheft zur Unterrichtsreihe "Anteilsvorstellung als Grundlage der Bruchrechnung". Abgerufen am 18. Februar 2025, von
- https://www.schulentwicklung.nrw.de/sinus/front content.php?idcat=5524
- Walther, G., van den Heuvel-Panhuizen, M., Granzer, D. & Köller, O. (2012). Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret. Berlin: Cornelsen Verlag.
- Winkelmann, H. & Robitzsch, A. (2009). Modelle mathematischer Kompetenzen: Empirische Befunde zur Dimensionalität. In D. Granzer, O. Köller, A. Bremerich-Vos, M. van den Heuvel-Panhuizen, K. Reiss & G. Walther (Hrsg.), Bildungsstandards Deutsch und Mathematik. Leistungsmessung in der Grundschule (S. 169¬-196). Weinheim: Beltz.

## 9. Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1. Kompetenzstufenmodell für das Fach Mathematik in der Grundschule. IQB, 2013, S. 20	3
Abbildung 2. Globales Kompetenzstufenmodell und illustrierende Aufgaben, siehe S. 14 des Kompetenzstufenm	nodells in
der Fassung vom 11.02.2013 unter https://www.iqb.hu-berlin.de/bista/ksm	5
Abbildung 3: Aufgabe "Maßeinheiten einsetzen", KERMIT-3 Mathematik 2013	6
Abbildung 4: Aufgabe "Fahrplan Schulbus", KERMIT-3 Mathematik 2013	7
Abbildung 5: Aufgabe "Weitsprung", KERMIT-3 Mathematik 2013	8
Abbildung 6: Aufgabe "Geburtstag", KERMIT-3 Mathematik 2019	12
Abbildung 7: Aufgabe "Bücher", KERMIT-3 Mathematik 2019	13
Abbildung 8: Aufgabe "Zufallsexperimente", KERMIT-3 Mathematik 2019	14
Abbildung 9: Aufgabe "Kugeln". KERMIT-3 Mathematik 2019	15

#### 10. Webseiten

Statista (2018). *Statistik Lexikon: Definition Gesetz der großen Zahl*. Zuletzt abgerufen am 02.11.2018, von

https://de.statista.com/statistik/lexikon/definition/58/gesetz\_der\_gro\_c3\_9fen\_zahl/

### 11. Anhang

#### Nummerierung der einzelnen Kompetenzen

In den "Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich" der KMK vom 15.10.2004<sup>6</sup> sind die einzelnen Kompetenzen nicht durchnummeriert aufgelistet. Aus diesem Grunde findet sich zur Erleichterung der praktischen Arbeit mit dem Material in Teil III hier eine nummerierte Auflistung, die optional verwendet und separat ausgedruckt werden kann.

#### Ergänzung der allgemeinen mathematischen Kompetenz Technische Grundfertigkeiten

In den "Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich" der KMK vom 15.10.2004 ist die allgemeine mathematische Kompetenz Technische Grundfertigkeiten noch nicht enthalten. Eine inhaltlich ähnlich beschriebene allgemeine mathematische Kompetenz findet sich allerdings bereits bei den Bildungsstandards für den Sekundarbereich ("Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen"). Mittlerweile wurden im Zuge der Entwicklung von Kompetenzstufenmodellen in Mathematik auch für den Primarbereich die allgemeinen mathematischen Kompetenzen durch die sechste Dimension der Technischen Grundfertigkeiten ergänzt, weil diese Dimension in den anderen allgemeinen mathematischen Kompetenzen nicht hinreichend abgedeckt schien (vgl. Winkelmann & Robitzsch, 2009). Ferner hat sich gezeigt, dass diese Dimension vor allem zur differenzierten Beschreibung der Aufgaben im unteren Leistungsbereich hilfreich ist. Die Ergänzung findet sich auf Seite 5 des "Kompetenzstufenmodells zu den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4)" vom 29.10.2008 unter

https://www.iqb.hu-berlin.de/bista/ksm/.

Im Gegensatz zu den anderen allgemeinen mathematischen Kompetenzen ist diese Dimension allerdings dort nicht näher aufgeschlüsselt. Mit Bezug auf Winkelmann & Robitzsch (2009) lassen sich (analog zu den Standards für den Sekundarbereich) folgende Aspekte als technische Grundfertigkeiten subsumieren:

- Mit Zahlen, Rechenausdrücken arbeiten oder Berechnungen vornehmen, mit geometrischen Elementen arbeiten oder Berechnungen vornehmen
- symbolische und formale Sprache in Arithmetik und Geometrie verständig benutzen, in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt
- mathematische Werkzeuge (wie Zirkel, Geodreieck, Lineal) sinnvoll und verständig einsetzen

#### Literatur

Winkelmann, H. & Robitzsch, A. (2009). Modelle mathematischer Kompetenzen: Empirische Befunde zur Dimensionalität. In D. Granzer, O. Köller, A. Bremerich-Vos, M. van den Heuvel-Panhuizen, K. Reiss & G. Walther (Hrsg.), Bildungsstandards Deutsch und Mathematik. Leistungsmessung in der Grundschule (S. 169-196). Beltz.

Schipper, W. (2009). Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen. Schroedel

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Die Bildungsstandards Mathematik für den Primarbereich wurden 2004 verabschiedet und 2022 weiterentwickelt. Die bisher vorliegenden Kompetenzstufenmodelle, auf die sich das vorliegende didaktische Material bezieht, wurden auf Basis der Bildungsstandards von 2004 entwickelt. Mit der Normierung neu entwickelter Testaufgaben nach den Bildungsstandards von 2022 werden ab 2027 neue Kompetenzstufenmodelle vorliegen.

Katalog o	talog der allgemeinen mathematischen Kompetenzen					
Kennung	Beschreibung					
A-0	Technische Grundfertigkeiten					
	<ul> <li>Mit Zahlen, Rechenausdrücken arbeiten oder Berechnungen vornehmen, mit geometrischen Elementen arbeiten oder Berechnungen vornehmen</li> <li>symbolische und formale Sprache in Arithmetik und Geometrie verständig benutzen, in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt</li> <li>mathematische Werkzeuge (wie Zirkel, Geodreieck, Lineal) sinnvoll und verständig einsetzen</li> </ul>					
A-1	Problemlösen					
A-1.1	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden					
A-1.2	Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z.B. systematisch probieren)					
A-1.3	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen					
A-2	Kommunizieren					
A-2.1	eigene Vorgehensweisen beschreiben, Lösungswege anderer verstehen und gemeinsam darüber reflektieren					
A-2.2	mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden					
A-2.3	Aufgaben gemeinsam bearbeiten, dabei Verabredungen treffen und einhalten					
A-3	Argumentieren					
A-3.1	mathematische Aussagen hinterfragen und auf Korrektheit prüfen					
A-3.2	mathematische Zusammenhänge erkennen und Vermutungen entwickeln					
A-3.3	Begründungen suchen und nachvollziehen					
A-4	Modellieren					
A-4.1	Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen					
A-4.2	Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen					
A-4.3	zu Termen, Gleichungen und bildlichen Darstellungen Sachaufgaben formulieren					
A-5	Darstellen					
A-5.1	für das Bearbeiten mathematischer Probleme geeignete Darstellungen entwickeln, auswählen und nutzen					
A-5.2	eine Darstellung in eine andere übertragen					
A-5.3	Darstellungen miteinander vergleichen und bewerten					

Kennung	er inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen  Beschreibung		
I-1	Zahlen und Operationen		
I-1.1	Zahldarstellungen und Zahlbeziehungen verstehen		
I-1.1.a	den Aufbau des dezimalen Stellenwertsystems verstehen		
	, and the second		
I-1.1.b	Zahlen bis 1.000.000 auf verschiedene Weise darstellen und zueinander in Beziehung setzen		
I-1.1.c	sich im Zahlenraum bis 1.000.000 orientieren (z.B. Zahlen der Größe nach ordnen, runden)		
I-1.2	Rechenoperationen verstehen und beherrschen		
I-1.2.a	die vier Grundrechenarten und ihre Zusammenhänge verstehen		
I-1.2.b	die Grundaufgaben des Kopfrechnens (Einspluseins, Einmaleins, Zahlzerlegungen) gedächtnismäßig beherrschen, deren Umkehrungen sicher ableiten und diese Grundkenntnisse auf analoge Aufgaben in größeren Zahlenräumen übertragen		
I-1.2.c	mündliche und halbschriftliche Rechenstrategien verstehen und bei geeigneten Aufgaben anwenden		
l-1.2.d	verschiedene Rechenwege vergleichen und bewerten; Rechenfehler finden, erklären und korrigieren		
I-1.2.e	Rechengesetze erkennen, erklären und benutzen		
I-1.2.f	schriftliche Verfahren der Addition, Subtraktion und Multiplikation verstehen, geläufig ausführen und bei geeigneten Aufgaben anwenden		
I-1.2.g	Lösungen durch Überschlagsrechnungen und durch Anwenden der Umkehroperation kontrollieren		
I-1.3	in Kontexten rechnen		
I-1.3.a	Sachaufgaben lösen und dabei die Beziehungen zwischen der Sache und den einzelnen Lösungsschritten beschreiben		
I-1.3.b	das Ergebnis auf Plausibilität prüfen		
I-1.3.c	bei Sachaufgaben entscheiden, ob eine Überschlagsrechnung ausreicht oder ein genaues Ergebnis nötig ist		
I-1.3.d	Sachaufgaben systematisch variieren		
I-1.3.e	einfache kombinatorische Aufgaben (z.B. Knobelaufgaben) durch Probieren bzw. systematisches Vorgehen lösen		
I-2	Raum und Form		
I-2.1	sich im Raum orientieren		
I-2.1.a	über räumliches Vorstellungsvermögen verfügen		
I-2.1.b	räumliche Beziehungen erkennen, beschreiben und nutzen (Anordnungen, Wege, Pläne, Ansichten)		
I-2.1.c	zwei- und dreidimensionale Darstellungen von Bauwerken (z.B. Würfelgebäuden) zueinander in Beziehung setzen (nach Vorlage bauen, zu Bauten Baupläne erstellen, Kantenmodelle und Netze untersuchen)		

I-2.2	geometrische Figuren erkennen, benennen und darstellen
I-2.2.a	Körper und ebene Figuren nach Eigenschaften sortieren und Fachbegriffe zuordnen
I-2.2.b	Körper und ebene Figuren in der Umwelt wieder erkennen
I-2.2.c	Modelle von Körpern und ebenen Figuren herstellen und untersuchen (Bauen, Legen, Zerlegen, Zusammenfügen, Ausschneiden, Falten)
I-2.2.d	Zeichnungen mit Hilfsmitteln sowie Freihandzeichnungen anfertigen
I-2.3	Einfache geometrische Abbildungen erkennen, benennen und darstellen
I-2.3.a	ebene Figuren in Gitternetzen abbilden (verkleinern und vergrößern)
I-2.3.b	Eigenschaften der Achsensymmetrie erkennen, beschreiben und nutzen
I-2.3.c	symmetrische Muster fortsetzen und selbst entwickeln
I-2.4	Flächen- und Rauminhalte vergleichen und messen
I-2.4.a	die Flächeninhalte ebener Figuren durch Zerlegen vergleichen und durch Auslegen mit Einheitsflächen messen
I-2.4.b	Umfang und Flächeninhalt von ebenen Figuren untersuchen
I-2.4.c	Rauminhalte vergleichen und durch die enthaltene Anzahl von Einheitswürfeln bestimmen
I-3	Muster und Strukturen
I-3.1	Gesetzmäßigkeiten erkennen, beschreiben und darstellen
I-3.1.a	strukturierte Zahldarstellungen (z. B. Hunderter-Tafel) verstehen und nutzen
I-3.1.b	Gesetzmäßigkeiten in geometrischen und arithmetischen Mustern (z. B. in Zahlenfolgen oder strukturierten Aufgabenfolgen) erkennen, beschreiben und fortsetzen
I-3.1.c	arithmetische und geometrische Muster selbst entwickeln, systematisch verändern und beschreiben
I-3.2	funktionale Beziehungen erkennen, beschreiben und darstellen
I-3.2.a	funktionale Beziehungen in Sachsituationen erkennen, sprachlich beschreiben (z. B. Menge - Preis) und entsprechende Aufgaben lösen
I-3.2.b	funktionale Beziehungen in Tabellen darstellen und untersuchen
I-3.2.c	einfache Sachaufgaben zur Proportionalität lösen
I-4	Größen und Messen
I-4.1	Größenvorstellungen besitzen
I-4.1.a	Standardeinheiten aus den Bereichen Geldwerte, Längen, Zeitspannen, Gewichte und Rauminhalte kennen
I-4.1.b	Größen vergleichen, messen und schätzen
I-4.1.c	Repräsentanten für Standardeinheiten kennen, die im Alltag wichtig sind
I-4.1.d	Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln)
I-4.1.e	im Alltag gebräuchliche einfache Bruchzahlen im Zusammenhang mit Größen kennen und verstehen
I-4.2	mit Größen in Sachsituationen umgehen
I-4.2.a	mit geeigneten Einheiten und unterschiedlichen Messgeräten sachgerecht messen

I-4.2.b	wichtige Bezugsgrößen aus der Erfahrungswelt zum Lösen von Sachproblemen heranziehen
I-4.2.c	in Sachsituationen angemessen mit Näherungswerten rechnen, dabei Größen begründet schätzen
I-4.2.d	Sachaufgaben mit Größen lösen
I-5	Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit
I-5.1	Daten erfassen und darstellen
I-5.1.a	in Beobachtungen, Untersuchungen und einfachen Experimenten Daten sammeln, strukturieren und in Tabellen, Schaubildern und Diagrammen darstellen
I-5.1.b	aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen
I-5.2	Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen in Zufallsexperimenten vergleichen
I-5.2.a	Grundbegriffe kennen (z. B. sicher, unmöglich, wahrscheinlich)
I-5.2.b	Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten (z. B. bei Würfelspielen) einschätzen

### Übersicht der Aufgabenmerkmale im Basismodul

Aufgabe	Leitidee <sup>7</sup>	Allgemeine mathematische Kompetenzen <sup>8</sup>	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	AFB <sup>9</sup>	Kompetenz- stufe
Aufgabe 1	Zahlen u Operationen	Berechnungen vornehmen, mit geometrischen Elementen arbeiten oder Berechnungen	beherrschen, deren Umkehrungen sicher ableiten und diese Grundkenntnisse auf analoge Aufgaben in		II
Aufgabe 2	Zahlen u Operationen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)	die Grundaufgaben des Kopfrechnens (Einspluseins, Einmaleins, Zahlzerlegungen) gedächtnismäßig beherrschen, deren Umkehrungen sicher ableiten und diese Grundkenntnisse auf analoge Aufgaben in größeren Zahlenräumen übertragen (1.2.b)		II
Aufgabe 3	Zahlen u Operationen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1); Begründungen suchen und nachvollziehen (3.3)	, , , , ,	III	III

9 AFB: Anforderungsbereich

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> L1 = Zahlen und Operationen, L2 = Raum und Form, L3 = Muster und Strukturen, L4 = Größen und Messen, L5 = Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Siehe Anhang S. 2

I = Reproduzieren, II = Zusammenhänge herstellen, III = Verallgemeinern und Reflektieren

Aufgabe	Leitidee <sup>7</sup>		Allgemeine mathematische Kompetenzen <sup>8</sup>	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	AFB <sup>9</sup>	Kompetenz- stufe
Aufgabe 4	Zahlen Operationen	und	eigene Vorgehensweisen beschreiben, Lösungswege anderer verstehen und gemeinsam darüber reflektieren (2.1); mathematische Zusammenhänge erkennen und Vermutungen entwickeln (3.2)	(1.2.c)	II	III
Aufgabe 5	Zahlen Operationen	und	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1); Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3)			IV
Aufgabe 6	Größen Messen	und	Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen (4.2)		I	1
Aufgabe 7	Größen Messen	und	mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden (2.2)	Repräsentanten für Standardeinheiten kennen, die im Alltag wichtig sind (4.1.c)	I	II
Aufgabe 8	Größen Messen	und	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)	Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln) (4.1.d)	I	III
Aufgabe 9	Größen Messen	und	Begründungen suchen und nachvollziehen (3.3); Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen (4.2)	Sachaufgaben mit Größen lösen (4.2.d)	III	V

Aufgabe	Leitidee <sup>7</sup>	Allgemeine mathematische Kompetenzen <sup>8</sup>	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	AFB <sup>9</sup>	Kompetenz- stufe
Aufgabe 10	Größen und Messen	Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen (4.1)	Größen vergleichen, messen und schätzen (4.1.b)	II	IV
Aufgabe 11	Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit	Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen (4.1)	l	II	I
Aufgabe 12.1	Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit	mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden (2.2)	Grundbegriffe kennen (z.B. sicher, unmöglich, wahrscheinlich) (5.2.a)	II	II
Aufgabe 12.2	Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit	mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden (2.2)	Grundbegriffe kennen (z.B. sicher, unmöglich, wahrscheinlich) (5.2.a)	II	III
Aufgabe 13	Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3)	Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten (z. B. bei Würfelspielen) einschätzen (5.2.b)	II	V
Aufgabe 14	Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit	Begründungen suchen und nachvollziehen (3.3)	einfache kombinatorische Aufgaben (z. B. Knobelaufgaben) durch Probieren bzw. systematisches Vorgehen lösen (1.3.e); Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten (z. B. bei Würfelspielen) einschätzen (5.2.b)	III	III
Aufgabe 15	Muster und Strukturen	Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen (4.2)	einfache Sachaufgaben zur Proportionalität lösen (3.2.c)	II	I

Aufgabe	Leitidee <sup>7</sup>	Allgemeine mathematische Kompetenzen <sup>8</sup>	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	AFB <sup>9</sup>	Kompetenz- stufe
Aufgabe 16	Muster und Strukturen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)	Gesetzmäßigkeiten in geometrischen und arithmetischen Mustern (z.B. in Zahlenfolgen oder strukturierten Aufgabenfolgen) erkennen, beschreiben und fortsetzen (3.1.b)	1	II
Aufgabe 17	Muster und Strukturen	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3)	strukturierte Zahldarstellungen (z.B. Hunderter-Tafel) verstehen und nutzen (3.1.a)	II	III
Aufgabe 18	Muster und Strukturen	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3)	arithmetische und geometrische Muster selbst entwickeln, systematisch verändern und beschreiben (3.1.c)	II	IV
Aufgabe 19	Muster und Strukturen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)	funktionale Beziehungen in Sachsituationen erkennen, sprachlich beschreiben (z.B. Menge - Preis) und entsprechende Aufgaben lösen (3.2.a)	I	III
Aufgabe 20	Raum und Form	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)	Körper und ebene Figuren nach Eigenschaften sortieren und Fachbegriffe zuordnen (2.2.a)	I	I
Aufgabe 21	Raum und Form	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)	räumliche Beziehungen erkennen, beschreiben und nutzen (Anordnungen, Wege, Pläne, Ansichten) (2.1.b)	II	111
Aufgabe 22	Raum und Form	Aufgaben gemeinsam bearbeiten, dabei Verabredungen treffen und einhalten (2.3)	Körper und ebene Figuren in der Umwelt wiedererkennen (2.2.b)	II	III
Aufgabe 23	Raum und Form	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)	Eigenschaften der Achsensymmetrie erkennen, beschreiben und nutzen (2.3.b)	II	IV

Aufgabe	Leitidee <sup>7</sup>	Allgemeine mathematische Kompetenzen <sup>8</sup>	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	AFB <sup>9</sup>	Kompetenz- stufe
Aufgabe 24		systematisch probieren) (1.2); Darstellungen	die Flächeninhalte ebener Figuren durch Zerlegen vergleichen und durch Auslegen mit Einheitsflächen messen (2.4.a)		III

## Übersicht der Aufgabenmerkmale Ergänzungsmodul A (*Größen und Messen*, L4)

Aufgabe	Allgemeine mathematische Kompetenzen	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	AFB	Kompetenzstufe
Aufgabe 1 in Modul A	mathematische Aussagen hinterfragen und auf Korrektheit prüfen (3.1)	Repräsentanten für Standardeinheiten kennen, die im Alltag wichtig sind (4.1.c)	II	I
Aufgabe 2 in Modul A	Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen (4.1)	Sachaufgaben mit Größen lösen (4.2.d)	II	I
Aufgabe 3 in Modul A	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)		Ι	I
Aufgabe 4 in Modul A	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)	· ·	I	I
Aufgabe 5 in Modul A	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)	•	1	III
Aufgabe 6 in Modul A	Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z. B. systematisch probieren) (1.2)	Repräsentanten für Standardeinheiten kennen, die im Alltag wichtig sind (4.1.c)	I	I
Aufgabe 7 in Modul A	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)		II	II
Aufgabe 8 in Modul A	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)	Sachaufgaben mit Größen lösen (4.2.d)	II	II

Aufgabe	Allgemeine mathematische Kompetenzen	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	AFB	Kompetenzstufe
Aufgabe 9 in Modul A	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)	I = = =	II	I
Aufgabe 10 in Modul A	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1); Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3)	sprachlich beschreiben (z.B. Menge - Preis) und	II	II
Aufgabe 11 in Modul A	Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen (4.1); Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen (4.2)	Sachaufgaben mit Größen lösen (4.2.d)	II	III
Aufgabe 12 in Modul A	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3)	im Alltag gebräuchliche einfache Bruchzahlen im Zusammenhang mit Größen kennen und verstehen (4.1.e)	II	III
Aufgabe 13 in Modul A	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1); Begründungen suchen und nachvollziehen (3.3)	Repräsentanten für Standardeinheiten kennen, die im Alltag wichtig sind (4.1.c); wichtige Bezugsgrößen aus der Erfahrungswelt zum Lösen von Sachproblemen heranziehen (4.2.b)	III	V
Aufgabe 14 in Modul A	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)	Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln) (4.1.d)	II	II
Aufgabe 15 in Modul A	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)		I	I

# Übersicht der Aufgabenmerkmale Ergänzungsmodul B (*Größen und Messen*, L4)

Aufgabe	Allgemeine mathematische Kompetenzen	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	AFB	Kompetenzstufe
Aufgabe 1 in Modul B	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)		II	I
Aufgabe 2 in Modul B	Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z. B. systematisch probieren) (1.2)	Repräsentanten für Standardeinheiten kennen, die im Alltag wichtig sind (4.1.c)	II	I
Aufgabe 3 in Modul B	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)		I	II
Aufgabe 4 in Modul B	Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen (4.1); Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen (4.2)	Sachaufgaben mit Größen lösen (4.2.d)	II	III
Aufgabe 5 in Modul B	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3); eigene Vorgehensweisen beschreiben, Lösungswege anderer verstehen und gemeinsam darüber reflektieren (2.1)	darstellen (umwandeln) (4.1.d); im Alltag gebräuchliche	II	III
Aufgabe 6 in Modul B	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3)	einfache Sachaufgaben zur Proportionalität lösen (3.2.c); im Alltag gebräuchliche einfache Bruchzahlen im Zusammenhang mit Größen kennen und verstehen (4.1.e)	II	III
Aufgabe 7 in Modul B	Mit Zahlen, Rechenausdrücken arbeiten oder Berechnungen vornehmen, mit geometrischen Elementen arbeiten oder Berechnungen vornehmen; symbolische und formale Sprache in Arithmetik und Geometrie	· ·	1	III

Aufgabe	Allgemeine mathematische Kompetenzen	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	AFB	Kompetenzstufe
	verständig benutzen, in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt; mathematische Werkzeuge (wie Zirkel, Geodreieck, Lineal) sinnvoll und verständig einsetzen (0)			
Aufgabe 8 in Modul B	mathematische Aussagen hinterfragen und auf Korrektheit prüfen (3.1)	in Sachsituationen angemessen mit Näherungswerten rechnen, dabei Größen begründet schätzen (4.2.c)	II	III
Aufgabe 9 in Modul B	Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen (4.2)		II	IV
Aufgabe 10 in Modul B	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)		II	IV
Aufgabe 11 in Modul B	Begründungen suchen und nachvollziehen (3.3); Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen (4.1)		III	V
Aufgabe 12 in Modul B	Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen (4.2)	Sachaufgaben mit Größen lösen (4.2.d)	II	V
Aufgabe 13 in Modul B	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3)	Größen vergleichen, messen und schätzen (4.1.b)	II	IV
Aufgabe 14 in Modul B	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)	Standardeinheiten aus den Bereichen Geldwerte, Längen, Zeitspannen, Gewichte und Rauminhalte kennen (4.1.a)	II	III

## Übersicht der Aufgabenmerkmale Ergänzungsmodul A (*Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit*, L5)

Aufgabe	Allgemeine mathematische Kompetenzen	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	AFB	Kompetenzstufe
Aufgabe 1 in Modul A	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1); mathematische Zusammenhänge erkennen und Vermutungen entwickeln (3.2)		II	I
Aufgabe 2 in Modul A	eine Darstellung in eine andere übertragen (5.2)	aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen (5.1.b)	II	I
Aufgabe 3 in Modul A	mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden (2.2)	Grundbegriffe kennen (z. B. sicher, unmöglich, wahrscheinlich) (5.2.a)	II	I
Aufgabe 4 in Modul A	Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z. B. systematisch probieren) (1.2)	einfache kombinatorische Aufgaben (z.B. Knobelaufgaben) durch Probieren bzw. systematisches Vorgehen lösen (1.3.e)	II	II
Aufgabe 5 in Modul A	mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden (2.2)	Grundbegriffe kennen (z. B. sicher, unmöglich, wahrscheinlich) (5.2.a)	I	II
Aufgabe 6 in Modul A	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)		II	I
Aufgabe 7 in Modul A	mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden (2.2)	Grundbegriffe kennen (z. B. sicher, unmöglich, wahrscheinlich) (5.2.a)	I	I
Aufgabe 8 in Modul A	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3)	Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten (z. B. bei Würfelspielen) einschätzen (5.2.b)	II	II

Aufgabe	Allgemeine mathematische Kompetenzen	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	AFB	Kompetenzstufe
Aufgabe 9 in Modul A		in Beobachtungen, Untersuchungen und einfachen Experimenten Daten sammeln, strukturieren und in Tabellen, Schaubildern und Diagrammen darstellen (5.1.a)		V
Aufgabe 10 in Modul A	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3); Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen (4.1)		II	IV
Aufgabe 11 in Modul A	Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z. B. systematisch probieren) (1.2)	einfache kombinatorische Aufgaben (z.B. Knobelaufgaben) durch Probieren bzw. systematisches Vorgehen lösen (1.3.e)	II	III
Aufgabe 12 in Modul A	Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen (4.1); Darstellungen miteinander vergleichen und bewerten (5.3)	aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen (5.1.b)	II	

# Übersicht der Aufgabenmerkmale Ergänzungsmodul B (*Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit*, L5)

Aufgabe	Allgemeine mathematische Kompetenzen	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	AFB	Kompetenzstufe
Aufgabe 1 in Modul B	eine Darstellung in eine andere übertragen (5.2)	aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen (5.1.b)	I	I
Aufgabe 2 in Modul B	mathematische Aussagen hinterfragen und auf Korrektheit prüfen (3.1)	Grundbegriffe kennen (z.B. sicher, unmöglich, wahrscheinlich) (5.2.a); Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten (z.B. bei Würfelspielen) einschätzen (5.2.b)		
Aufgabe 3 in Modul B	Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z. B. systematisch probieren) (1.2)	Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten (z. B. bei Würfelspielen) einschätzen (5.2.b)	II	I

Aufgabe	Allgemeine mathematische Kompetenzen	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	AFB	Kompetenzstufe
Aufgabe 4 in Modul B	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)	in Beobachtungen, Untersuchungen und einfachen Experimenten Daten sammeln, strukturieren und in Tabellen, Schaubildern und Diagrammen darstellen (5.1.a)	II	II
Aufgabe 5 in Modul B	Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z. B. systematisch probieren) (1.2)	einfache kombinatorische Aufgaben (z.B. Knobelaufgaben) durch Probieren bzw. systematisches Vorgehen lösen (1.3.e)	II	III
Aufgabe 6 in Modul B	für das Bearbeiten mathematischer Probleme geeignete Darstellungen entwickeln, auswählen und nutzen (5.1)	in Beobachtungen, Untersuchungen und einfachen Experimenten Daten sammeln, strukturieren und in Tabellen, Schaubildern und Diagrammen darstellen (5.1.a); aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen (5.1.b)	II	III
Aufgabe 7 in Modul B	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3)	aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen (5.1.b)	I	IV
Aufgabe 8 in Modul B	Begründungen suchen und nachvollziehen (3.3)	Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten (z. B. bei Würfelspielen) einschätzen (5.2.b)	III	V
Aufgabe 9 in Modul B	eine Darstellung in eine andere übertragen (5.2)	in Beobachtungen, Untersuchungen und einfachen Experimenten Daten sammeln, strukturieren und in Tabellen, Schaubildern und Diagrammen darstellen (5.1.a)	II	V
Aufgabe 10 in Modul B	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1); mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden (2.2)	, , ,	II	IV

Aufgabe	Allgemeine mathematische Kompetenzen	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	AFB	Kompetenzstufe
•	,	einfache kombinatorische Aufgaben (z.B. Knobelaufgaben) durch Probieren bzw. systematisches Vorgehen lösen (1.3.e)		IV