

# Kompetenzen ermitteln

Mathematik

**Didaktisches Material** 

3

# Inhaltsverzeichnis

1.	Einleitung	4
2.	Kompetenzorientierung und Bezug zu den Bildungsstandards	4
2.1	Die Bildungsstandards Mathematik	4
2.2	Kompetenzstufen im Fach Mathematik	5
3.	Die Leitidee Größen und Messen	8
3.1	Die Bildungsstandards im Bereich Größen und Messen	8
3.2	Anregungen für den Unterricht	10
4.	Didaktische Hinweise nach Größenbereichen	12
4.1	Größenbereich Geldwerte	15
4.2	Größenbereich Längen	34
4.3	Größenbereich Zeitspannen	47
4.4	Größenbereich Gewichte	60
4.5	Größenbereich Rauminhalte	72
5.	Literaturverzeichnis	75
6.	Abbildungsverzeichnis	76
7.	Tabellenverzeichnis	76
Anh	nang	77
Anh	nang – Nummerierung der einzelnen Kompetenzen	88
Kata	alog der allgemeinen mathematischen Kompetenzen	90
Kata	alog der inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen	91

Wussten Sie, dass Sie viele VERA-Aufgaben und Didaktische Materialien auch online finden können?

www.iqb.hu-berlin.de/vera/aufgaben

### 1. Einleitung

Im Folgenden werden wesentliche Komponenten der Bildungsstandards Mathematik für den Primarbereich sowie die hierzu empirisch konstruierten Kompetenzstufen kurz dargestellt. Ferner werden die mathematischen Kompetenzbereiche *Muster und Strukturen* sowie *Größen und Messen* erläutert und an konkreten Aufgabenbeispielen illustriert. Schließlich werden einige allgemeine Überlegungen zu einem Mathematikunterricht skizziert, der gute Voraussetzungen für das Erreichen der durch die Standards vorgegebenen Ziele bietet. Dabei wird auf die beiden Domänen *Muster und Strukturen* sowie *Größen und Messen* kurz eingegangen. Detailliertere unterrichtliche Anregungen sowie spezifische Aufgaben sind in den aufgabenspezifischen didaktischen Kommentaren (Teil III) zu finden.

### 2. Kompetenzorientierung und Bezug zu den Bildungsstandards

### 2.1 Die Bildungsstandards Mathematik

Die Bildungsstandards Mathematik für den Primarbereich beschreiben die fachbezogenen Kompetenzen, die Schülerinnen und Schüler bis zum Ende der vierten Jahrgangsstufe erworben haben sollen. Kompetenzen sind kognitive Fähigkeiten und Fertigkeiten, die in aktiver Auseinandersetzung mit substantiellen Fachinhalten erworben werden können. Dabei wird zwischen allgemeinen und inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen unterschieden.

Das wesentliche Ziel der Bildungsstandards ist es, die Qualität des Unterrichts zu steigern und dadurch die Leistungen und fachbezogenen Einstellungen aller Schülerinnen und Schüler zu verbessern. Entsprechend sollen die Standards eine Orientierung über verbindliche Zielerwartungen bieten. Verbunden mit den Bildungsstandards in der Primarstufe sind damit auch Möglichkeiten zur Überprüfung, inwieweit diese Ziele am Ende der Klassenstufe 4 erreicht worden sind.

Die *allgemeinen mathematischen Kompetenzen* umfassen fachliche Fähigkeiten, die in allen Inhaltsbereichen der Mathematik bedeutsam sind. Im Einzelnen sind dies:

- Technische Grundfertigkeiten,<sup>1</sup>
- Problemlösen,
- Kommunizieren,
- Argumentieren,
- Darstellen,
- Modellieren.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> In den "Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich" der Kultusministerkonferenz vom 15.10.2004 (https://www.iqb.hu-berlin.de/bista/subject) ist die allgemeine mathematische Kompetenz "Technische Grundfertigkeiten" nicht enthalten. Im Zuge der Entwicklung von Kompetenzstufenmodellen in Mathematik für den Primarbereich wurden die allgemeinen mathematischen Kompetenzen durch die sechste Dimension der "Technischen Grundfertigkeiten" ergänzt, weil diese Dimension in den anderen allgemeinen mathematischen Kompetenzen nicht hinreichend abgedeckt schien (Winkelmann & Robitzsch, 2009). Ferner hat sich gezeigt, dass diese Dimension vor allem zur differenzierten Beschreibung der Aufgaben im unteren Leistungsbereich hilfreich ist. Die Ergänzung findet sich auf Seite 5 des "Kompetenzstufenmodells zu den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4)" in der Fassung vom 11.02.2013 unter https://www.iqb.hu-berlin.de/bista/ksm.

Die für die Primarstufe beschriebenen inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen beziehen sich auf fünf mathematische Leitideen:

- Zahlen und Operationen,
- Raum und Form,
- Muster und Strukturen.
- Größen und Messen,
- Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit.

Diese Leitideen sollen den Schülerinnen und Schülern helfen, zentrale mathematische Konzepte kennenzulernen und zu verstehen sowie den vernetzten Charakter der Mathematik zu erkunden. Zu den Leitideen werden inhaltsbezogene Kompetenzen unterschiedlichen Abstraktionsgrades formuliert (Kultusministerkonferenz, 2005).

### 2.2 Kompetenzstufen im Fach Mathematik

Die oben kurz dargestellte Konzeption der Bildungsstandards Mathematik bildet einen theoretischen Rahmen zur Ausrichtung von Mathematikunterricht. Im Sinne der "Output-Orientierung" ist von Interesse, was Schülerinnen und Schüler verschiedener Altersstufen und verschiedener Bildungsgänge hinsichtlich der allgemeinen und inhaltsbezogenen Kompetenzen "tatsächlich können".

Auf der Grundlage empirischer Daten lassen sich sowohl Aufgaben – nach Schwierigkeit –, als auch die Schülerinnen und Schüler – nach Leistungsfähigkeit – verschiedenen "Kompetenzstufen" zuordnen, was allen für die Unterrichtskonzeption Verantwortlichen hilfreiche Orientierungen geben kann.

Mit Hilfe entsprechender Daten wurde ein Kompetenzstufenmodell erarbeitet, das fünf hierarchisch angeordnete Kompetenzstufen enthält, die bei der Beschreibung von mathematischen Basiskompetenzen beginnen und bis zur Identifizierung eines elaborierten und souveränen Umgangs mit Mathematik in der Primarstufe gehen (Reiss, Roppelt, Haag, Pant & Köller, 2012; Reiss & Winkelmann, 2008; 2009). Das Modell umfasst alle in den Bildungsstandards ausgewiesenen mathematischen Leitideen. Es ermöglicht auf breiter Basis die Interpretation der mathematischen Kompetenz von Schülerinnen und Schülern am Ende der vierten Jahrgangsstufe.

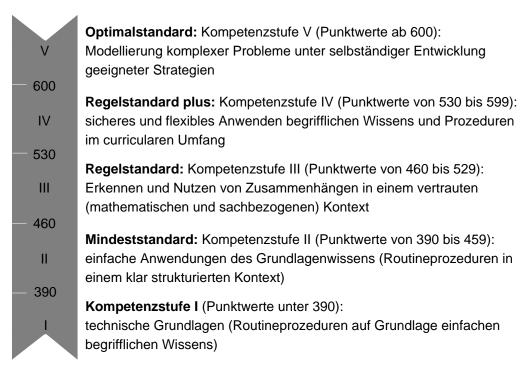


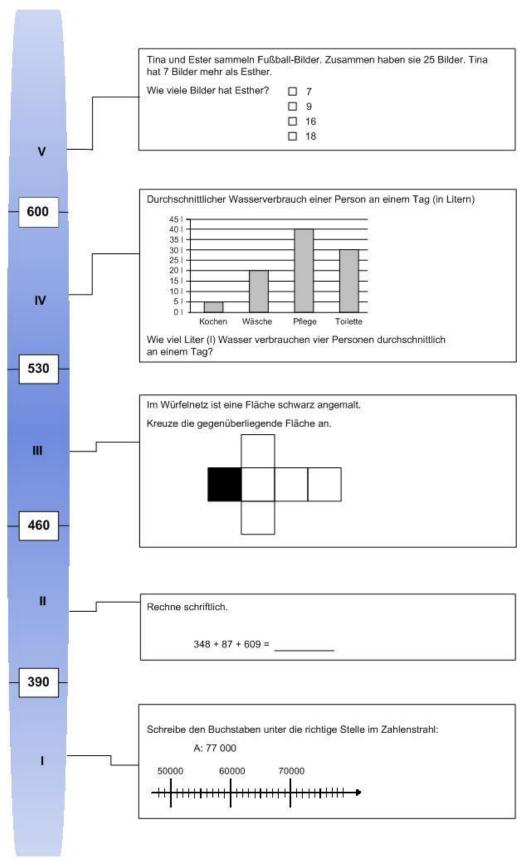
Abbildung 1. Kompetenzstufenmodell für das Fach Mathematik in der Grundschule. IQB, 2013, S. 20.

Mindeststandard. Für den Mindeststandard wurde das obere Ende von Kompetenzstufe I als Schwellenwert gewählt. Alle Aufgaben mit Kennwerten unterhalb dieses Schwellenwerts stellen nur solche Anforderungen, deren einigermaßen sichere Erfüllung von allen Schülerinnen und Schülern des jeweiligen Bildungsgangs erwartet werden muss. Deshalb spricht man hier vom Mindeststandard des Bildungsgangs. Schülerinnen und Schüler, die zum Ende der vierten Jahrgangsstufe die Kompetenzstufe II nicht erreichen und somit diesen Mindeststandard von 390 Punkten nicht erfüllen, haben einen besonderen Förderbedarf.

Regelstandard. Der Regelstandard, den die Schülerinnen und Schüler zum Ende der vierten Jahrgangsstufe zumindest *im Durchschnitt* erfüllen sollen, ist höher angesetzt. Schülerinnen und Schüler, die mindestens 460 Punkte und damit die Kompetenzstufe III oder eine höhere erreicht haben, erfüllen die in den Bildungsstandards beschriebenen Erwartungen und erreichen den von der Kultusministerkonferenz (KMK) festgelegten Regelstandard.

Die oberste Stufe des hier vorgestellten Kompetenzmodells ist nach oben offen, d. h. es sind prinzipiell noch schwierigere Items und noch höhere Leistungen möglich, als in der zugrunde liegenden Erhebung vorkamen. Dementsprechend ist die niedrigste Stufe nach unten offen, d. h. es sind noch leichtere Items denkbar, die auch von sehr schwachen Schülerinnen und Schülern gelöst werden können.

In der folgenden Abbildung sind Beispielaufgaben unterschiedlicher Schwierigkeit den einzelnen Stufen zugeordnet:



Aus Platzgründen sind die Aufgaben in modifiziertem Layout dargestellt.

Abbildung 2. Globales Kompetenzstufenmodell und illustrierende Aufgaben, siehe S. 14 des Kompetenzstufenmodells in der Fassung vom 11.02.2013 unter https://www.iqb.huberlin.de/bista/ksm.de

#### 3. Die Leitidee Größen und Messen

Der inhaltsbezogene Kompetenzbereich Größen und Messen zeichnet sich im Besonderen durch seinen unmittelbaren Bezug zur Lebenswelt aus. Er ist damit unerlässlich für den Aufbau mathematischer Grundbildung und ermöglicht es den Kindern, kritisch und reflektiert mit ihrer Umwelt umzugehen. Neben diesem anwendungsbezogenen Aspekt stellt diese Domäne aber auch ein wichtiges Bindeglied zwischen Arithmetik und Geometrie dar, wobei insbesondere der Unterscheidung zwischen Maßzahlen und Rechenzahlen große Bedeutung zukommt. Explizit sollen folgende Kompetenzen in diesem Bereich aufgebaut werden:

- Größenvorstellungen besitzen
- mit Größen in Sachsituationen umgehen können

### 3.1 Die Bildungsstandards im Bereich Größen und Messen

### Größenvorstellungen besitzen

Tragfähige Vorstellungen von Größen basieren auf der Kenntnis der Standardeinheiten der verschiedenen Größen und deren Repräsentanten. Über Stützpunktvorstellungen (z. B. ein erwachsener Mann ist etwa zwei Meter groß, eine Schulstunde dauert 45 Minuten, ...) können Größen geschätzt werden, indem sie direkt gedanklich verglichen werden oder indem gedanklich mit einem Vergleichsmaß gemessen wird.

Am Beispiel der Aufgabe "Maßeinheiten einsetzen" (Abbildung 3) werden diese relevanten Aspekte des Kompetenzbereichs "Größenvorstellungen besitzen" deutlich.

Zur Bearbeitung der Aufgabe müssen die Schülerinnen und Schüler die Standardeinheiten des Bereichs Längen kennen und den jeweiligen Maßeinheiten Repräsentanten zuordnen.

Setze die richtige Maßeinheit ein.	mm	cm	m	km	m
Eine Tür ist ungefähr 2 hoo	ch.				
Ein Floh ist ungefähr 3 lang	5.				
Ein Autobus ist ungefähr 14	_ lang.				
Von Hamburg nach München sind	es ungefäl	hr 800	·		
Ein Filzstift ist ungefähr 17	_ lang.				
Abbildung 3. Aufgabe "Maßeinheiten	einsetzen	", VERA-3	: Mathema	tik 2013	

Für die Grundschule relevante Größenbereiche sind neben Längen die Größenbereiche Geldwerte, Zeitspannen, Gewichte und Rauminhalte/Hohlmaße. Es sollen jeweils verschiedene Größen verglichen, gemessen und geschätzt sowie Größenangaben in unterschiedliche(n) Schreibweisen dargestellt bzw. umgewandelt werden. Dabei verwenden die Schülerinnen und Schüler auch einfache Bruchzahlen, die im Alltag gebräuchlich sind.

### Mit Größen in Sachsituationen umgehen können

Ein zweiter Aspekt im Bereich Größen und Messen umfasst den Umgang mit Größen in Sachsituationen. Dabei soll der Mathematikunterricht die Kinder unterstützen, Fähigkeiten bezüglich des Messens und Schätzens von Größen aufzubauen und zu erweitern, mit Größen zu rechnen, Sachaufgaben mit Größen zu lösen und Messinstrumente entsprechend zu klassifizieren.

Wie die Aufgabe "Fahrplan Schulbus" (Abbildung 4) zeigt, umfasst die Kompetenz "mit Größen in Sachsituationen umgehen" nicht nur das Lösen von Sachaufgaben mit Größen, sondern auch den geeigneten Umgang mit Einheiten. Auch der geeignete Umgang mit Messgeräten ist eine wichtige Kompetenz.

Fahrplan - Schulbus			
Haltestellen	A	Abfahrtsze	it
Schulstraße	11.15	12.00	13.20
Kleine Straße	11.31	12.16	13.36
Neudorf	11.45	12.30	13.50
Siedlung	12.02	12.47	14.04
Sportplatz	12.17	13.02	14.22
Gartenallee	12.25	13.10	14.30



Grafik: © IQB

Du bist um 11.50 Uhr an der Haltestelle "Schulstraße"

Der nächste Bus kommt pünktlich. In wie vielen Minuten fährt er ab?

In \_\_\_\_\_ Minuten.

Abbildung 4. Aufgabe "Fahrplan Schulbus", VERA-3 Mathematik 2013

Die Schülerinnen und Schüler verfügen in der Regel bereits über zahlreiche *Erfahrungen in Bezug auf Größen*. Diese sollen beim Lösen von Sachproblemen herangezogen werden. Gegebenenfalls wird mit *Näherungswerten gerechnet* und *Größen* werden *begründet geschätzt*. Die Aufgabe "Weitsprung" (Abbildung 5) kann beispielhaft für die Anwendung von Bezugsgrößen aus der Erfahrungswelt der Kinder stehen. In diesem Fall müssen die Kinder Größenvorstellungen aus dem Bereich Längen zur Begründung verwenden.

Eric nat autgeschrieben, wie weit die Kinder beim Sport gesprungen sind.			
Welche Au	ıssage ka	nn nicht stimmen? Kreuze an.	
	Simon:	2 m 90 cm	
	Ellen:	3 m 10 cm	
	Lili:	20 m 70 cm	
	Max:	3 m 20 cm	
	Jan:	3 m	
Begründe	deine Wa	hl.	

Abbildung 5. Aufgabe "Weitsprung", VERA-3 Mathematik 2013

### 3.2 Anregungen für den Unterricht

Aufgaben wie die in KERMIT-3 können nicht nur zur Feststellung des Leistungsstandes, sondern auch zur unterrichtlichen Förderung von Kompetenzen dienen. Dabei sei betont, dass nicht die Aufgaben per se bei den Schülerinnen und Schülern zur Ausformung, Festigung und Weiterentwicklung der zu ihrer Lösung benötigten Kompetenzen führen, sondern nur eine den Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler angepasste Auswahl kompetenzorienterter Aufgaben und deren adäguate Behandlung im Unterricht. Die Lernenden müssen – so belegen viele empirische Untersuchungen – ausreichend Gelegenheiten haben, die entsprechenden kompetenzbezogenen Tätigkeiten (wie Argumentieren oder Modellieren) selbst zu vollziehen, mehr noch, über diese Tätigkeiten zu reflektieren, Lösungswege zu begründen, verschiedene Wege zu vergleichen, Ergebnisse kritisch zu diskutieren und vieles andere mehr. Die Ergebnisse nationaler und internationaler Leistungsvergleiche weisen darauf hin, dass im Mathematikunterricht noch bewusster und noch konsequenter als bislang die umfassende Kompetenzentwicklung der Schülerinnen und Schüler im Mittelpunkt der Arbeit stehen sollte. In einem so verstandenen "kompetenzorientierten Unterricht" achtet die Lehrkraft noch mehr als bisher auf die individuellen Kompetenzstände der Kinder und macht Aufgabenangebote für verschiedene Leistungsniveaus.

So ist insbesondere auch im Bereich *Größen und Messen* mit unterschiedlichen Vorerfahrungen der Schülerinnen und Schüler zu rechnen. Tätigkeiten im Unterricht knüpfen an Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler an. Insbesondere das Verständnis von Messen und Maßen und die Erarbeitung der verschiedenen Größenbereiche (Geldwerte, Längen, Zeitspannen, Gewichte und Rauminhalte) stehen im Vordergrund. Ein Schwerpunkt bei der Arbeit mit Größen ist die Entwicklung von Größenvorstellungen. Sie sind grundlegend beim Schätzen und auch bei der Bewertung von errechneten Ergebnissen in Sachkontexten. Größenvorstellungen entwickeln sich vor allem durch handlungsorientiertes Arbeiten. Es gilt,

vielfältige Gelegenheiten zum Vergleichen, Messen und Schätzen zu schaffen und diese regelmäßig im Unterricht immer wieder aufzugreifen.

Unterricht, der auf den Aufbau von Kompetenzen im Bereich *Muster und Strukturen* abzielt, sollte diese Leitidee in allen anderen Kompetenzbereichen mitdenken. Das Erkennen, Beschreiben und Weiterführen von Mustern sind grundlegende Tätigkeiten in der Mathematik: Muster zeigen sich in der Geometrie (Parkette, Bandornamente, Symmetrien) und in der Kombinatorik beim Strukturieren von Lösungsmöglichkeiten, aber vor allem auch bei strukturierten Päckchen, Aufgabenfolgen oder zahlreichen produktiven Übungsformen, wie Rechendreiecke, Rechenmauern, usw.

Viele weitere Vorschläge für kompetenzorientiertes Unterrichten sind z. B. in Hirt & Wälti (2008) oder Walther et al. (2012) enthalten.

Die im Folgenden stichwortartig genannten Aspekte sind kennzeichnend für "Unterrichtsqualität" im Fach Mathematik. Etwas systematischer kann man dabei drei Komponenten unterscheiden².

- Eine fachlich gehaltvolle Unterrichtsgestaltung, die den Kindern immer wieder vielfältige Gelegenheiten zu kompetenzbezogenen Tätigkeiten bietet (zum mathematischen Modellieren, zum Argumentieren, zum Kommunizieren usw.) und bei der vielfältige Vernetzungen sowohl innerhalb der Mathematik als auch zwischen Mathematik und Realität hergestellt werden.
- Eine konsequente kognitive Aktivierung der Lernenden in einem Unterricht, der geistige Schülertätigkeiten herausfordert, selbständiges Lernen und Arbeiten ermöglicht und ermutigt, lernstrategisches Verhalten (heuristische Aktivitäten) fördert und ein stetes Nachdenken über das eigene Lernen und Arbeiten (metakognitive Aktivitäten) stimuliert.
- Eine effektive und schülerorientierte Unterrichtsführung, bei der verschiedene Formen und Methoden flexibel variiert werden, Stunden klar strukturiert sind, eine störungspräventive und fehleroffene Lernatmosphäre geschaffen wird und Lernen und Beurteilen erkennbar getrennt sind.

Es gibt sicher keinen universellen Königsweg zum Unterrichtserfolg. Man weiß aber aus vielen empirischen Untersuchungen, dass Unterricht nur dann positive Effekte haben kann, wenn hinreichend viele dieser Qualitätskriterien erfüllt sind (vgl. u. a. Helmke, 2006).

Ein naheliegender Weg zur Realisierung eines solchen Unterrichts im Fach Mathematik ist die Verwendung eines breiten Spektrums kompetenzorientierter Aufgaben, darunter auch "selbst-differenzierende" (d. h. Aufgaben, die Zugänge auf unterschiedlichen Niveaus ermöglichen und dadurch für stärkere wie schwächere Schülerinnen und Schüler gleichermaßen geeignet sind).

Gerade offenere Aufgabenvarianten sind hier besonders gut geeignet, da sie Schülerinnen und Schülern ermöglichen, entsprechend ihrer Fähigkeiten eigene Wege zu gehen und selbständig Lösungen zu finden. Die Lehrkraft kann dabei versuchen, möglichst viele dieser Lösungswege zu beobachten und im Bedarfsfall unterstützend einzugreifen, und sie kann nach der Bearbeitung unterschiedliche Schülerlösungen präsentieren und diskutieren lassen.

\_

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Man vgl. dazu das einleitende Kapitel in Blum et al. (2006).

### 4. Didaktische Hinweise nach Größenbereichen

### Worum geht es?

Im Inhaltsbereich Größen und Messen geht es vor allem um das Messen, den Aufbau von Größenvorstellungen, das Kennen von Standardrepräsentanten, ein Verständnis für Einheiten sowie das Rechnen.

Für die Erarbeitung der Größen werden verschiedene Prinzipien und Aktivitäten vorgeschlagen, die als Orientierung und didaktisches Hintergrundwissen dienen können (vgl. Radatz et al. 1998).

### Erste Erfahrungen in Sach- und Spielsituationen sammeln

• Themen aus der Lebenswelt der Kinder aufgreifen (z. B. Sportfest, Körpergröße, ...)

### Direkter Vergleich von Repräsentanten einer Größe

- direktes Nebeneinanderstellen oder -legen mit Angabe der Größenrelation (z. B. größer/kleiner, länger/kürzer, dicker/dünner, breiter/schmaler ...)
- Repräsentanten (zu messende Gegenstände) müssen dazu zur gleichen Zeit am gleichen Ort sein

### Indirekter Vergleich mit nicht standardisierten Maßeinheiten

- willkürliche Maßeinheiten: Körpermaße (wie Fingerbreite, Fußlänge, Handspanne ...), Stäbe, Bänder ...
- Stufe des ersten Messens: "Maßeinheit" wird wiederholt ohne Lücke und Überschneidung angelegt und das Enthaltensein gezählt (z. B. Tischbreite: 8 Handspannen – 8 ist die Maßzahl, Handspannen die Maßeinheit)
- Die Notwendigkeit standardisierter Einheiten wird erkannt, da bei nicht standardisierten Maßeinheiten unterschiedliche Ergebnisse entstehen.

#### Indirekter Vergleich mit Hilfe standardisierter Maßeinheiten

- Erarbeitung der standardisierten Einheiten (cm, m, mm, km)
- Die Beziehungen zwischen standardisierten Einheiten (z. B. m, cm) sind mathematisch definiert im Gegensatz zu den Beziehungen zwischen nicht standardisierten Maßeinheiten wie Handspanne oder Fuß.
- Vergleiche sind wiederholbar und führen zu gleichen Ergebnissen: z. B. Tischbreite gemessen: heute, morgen, an einem anderen Ort: 100 cm

#### Messen mit technischen Hilfsmitteln

- Erarbeitung des Umgangs mit verschiedenen Messinstrumenten: Anlegen des Lineals am Nullpunkt, Nutzen der Skalierung, Thematisierung verschiedener Skalierungen
- Erkennen der Zweckmäßigkeit eines Messgerätes: Die Auswahl des Messgerätes ist vom Messobjekt abhängig.
- vielfältige Messhandlungen und -erfahrungen ermöglichen

### Entwickeln von Größenvorstellungen

- Aufbau von Stützpunktvorstellungen durch Messerfahrungen:
   z. B.
  - 1 cm etwa Breite eines Fingers, 1 m Höhe der Tafel
- Übungen zum Schätzen

### Verfeinern und Vergröbern der Maßeinheiten

- Notwendigkeit von feineren und gröberen Einheiten
- Erarbeiten weiterer Einheiten
- Verfeinern: m → cm, cm → mm / Vergröbern: mm → cm, cm → m, m → km

#### Rechnen

- Rechnen in einer Einheit und mit zusammengesetzten Einheiten
- Kenntnis von Umrechnungszahlen
- Umrechnen in verschiedene Einheiten

Bei einigen Größenbereichen lassen sich nicht alle dieser hier geschilderten Prinzipien und Aktivitäten gleichermaßen sinnvoll umsetzen (beispielsweise der direkte oder indirekte Vergleich im Größenbereich Geldwerte). Dies muss jeweils kritisch reflektiert werden.

Ein Schwerpunkt bei der Arbeit mit allen Größen ist die Entwicklung von Größenvorstellungen. Sie sind grundlegend beim Schätzen und auch bei der Bewertung von errechneten Ergebnissen in Sachkontexten. Größenvorstellungen entwickeln sich vor allem durch handlungsorientiertes Arbeiten. Es gilt, vielfältige Gelegenheiten zum Vergleichen, Messen und Schätzen zu schaffen und diese regelmäßig im Unterricht immer wieder aufzugreifen.

#### Anmerkungen zum Schätzen

Schätzen ist im Zusammenhang mit Größen eine zentrale Fähigkeit mit großem Realitätsbezug.

Sinnvoll sind Aufgaben, bei denen das Schätzen nötig ist, weil

- keine genauen Angaben vorliegen (z. B. Länge der Autoschlange im Stau)
- ein Schätzwert schneller ermittelt ist (z. B. Gewicht Schulranzen)
- der Schätzwert ausreicht (z.B. Einkauf für den Kindergeburtstag)

- kein Messinstrument vorhanden ist (z. B. Höhe eines Baumes im Wald)
- das Ereignis in der Zukunft liegt (z. B. Einnahmen zum Schulfest) Kinder erfahren so, dass Schätzen kein Raten ist, sondern, dass eine ungefähre Größenangabe durch gedankliches Vergleichen mit individuell bekannten Größen ermittelt werden soll.

Strategien zum Schätzen sind der **direkte Vergleich** (Man stellt sich einen bekannten Repräsentanten vor, vergleicht gedanklich und ermittelt ebenfalls gedanklich den Unterschied, z. B. Max ist so groß wie die Tür.) oder der **indirekte Vergleich** (Man misst gedanklich, z. B. Das Haus ist so hoch wie 5 Männer.).

Schätzwerte und die Strategien, die zu den Schätzwerten führen, sollten im Unterricht besprochen und begründet werden. Eine Thematisierung von passenden aber auch ungenauen Ergebnissen würdigt einerseits die Schülerleistung und hilft den Kindern andererseits, die Anwendung der Stützpunktvorstellung zu überprüfen und gegebenenfalls anzupassen.

#### Größenbereich Geldwerte

### 4.1 Größenbereich Geldwerte

## Aufgabe 33 in Testheft B2

Alle Euro-Münzen, alle Cent-Münzen. Ergänze die fehlende Münze.



### Auswertung



### **RICHTIG**

Alle Zeichnungen, in denen die Münze den Wert 2 Cent hat, wobei die Abkürzung der Einheit zulässig ist. Die Angabe der Maßeinheit, als Einheitszeichen oder als ausgeschriebenes Wort, ist erforderlich.

Anforderungsbereich	Reproduzieren (I)
Kompetenzstufe Global	
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	Grundlegende Fertigkeiten (0)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Repräsentanten für Standardeinheiten kennen, die im Alltag wichtig sind (4.1.c)

# Aufgabe 31 in Testheft B2

Kann das stimmen? Kreuze an.				
			ja	nein
Ein Brötche	n kostet 40 €	i.		
Ein Comput	er kostet 3 €			
Ein Schokol	adenei koste	et 60 ct.		
Eine Kugel	Eis kostet 1 d	et.		
Auswertung				
RICHTIG	Ein Comp	ja en kostet 40 €. □ uter kostet 3 €. □ oladenei kostet 60 ct. ☒ Il Eis kostet 1 ct. □	nein  M  M  M  M  M	
Aufgabenmo	erkmale			
Anforderur	ngsbereich	Reproduzieren (I)		
Kompetenz Global	zstufe	1		
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen		mathematische Aussagen Korrektheit prüfen (3.1)	hinterfragen	und auf
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)		Repräsentanten für Standarde Alltag wichtig sind (4.1.c)	einheiten ker	nnen, die im
Aufgabe 36 in Testheft B2  Linda behauptet: "Man kann 70 € nicht mit 5 Scheinen legen."  Hat Linda recht? Kreuze an.				

## Auswertung

	NEIN wurde angekreuzt UND in der Beschreibung kommt zum Ausdruck, dass es eine oder mehrere Varianten gibt, die funktionieren, z. B. können die 70 Euro so gelegt werden:
	<ul> <li>mit einem 50-Euro-Schein und vier 5-Euro-Scheinen ODER</li> </ul>
	<ul> <li>mit zwei 20-Euro-Scheinen und drei 10-Euro-Scheinen ODER</li> </ul>
RICHTIG	<ul> <li>mit drei 20-Euro-Scheinen und zwei 5-Euro-Scheinen.</li> </ul>
	Auch eine Rechnung gilt als richtige Lösung, z. B.:
	• 50 € + 5 € + 5 € + 5 € + 5 € = 70 € ODER
	• 20 € + 20 € + 10 € + 10 € + 10 € = 70 € ODER
	• 20 € + 20 € + 20 € + 5 € + 5 € = 70 €
	Eine Angabe der Einheiten ist bei der Berechnung nicht zwingend
	notwendig. Eine Zeichnung wird auch als richtig bewertet, wenn
	Scheine genau erkennbar gezeichnet bzw. beschriftet sind.
	JA wurde angekreuzt ODER
FALSCH	NEIN wurde angekreuzt UND/ODER keine, eine falsche oder
	unvollständige Begründung gegeben.

# Aufgabe 31 in Testheft C2

Zeichne 4 Münzen, die zusammen 1,53 € ergeben.			

# Auswertung

	Alle Zeichnungen, in denen die Münzen die Werte
	1 Euro, 50 Cent, 2 Cent und 1 Cent
	haben, wobei Abkürzungen der Einheiten zulässig sind. Die
RICHTIG	Angabe der Maßeinheit, als Einheitszeichen oder als
	ausgeschriebenes Wort, ist erforderlich. Die Markierung der
	Euro-Münze durch Doppelkreis ist ebenso zulässig. Die
	Reihenfolge ist unerheblich und die Größe der Münzen ist nicht
	entscheidend.

1		
		<b>–</b>
	Antorderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
	7 11 11 01 0 01 01 01 01 01 01 01 01	Zasammermange nerotenen (n)

Kompetenzstufe Global	III
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	eine Darstellung in eine andere übertragen (5.2)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Repräsentanten für Standardeinheiten kennen, die im Alltag wichtig sind (4.1.c)

# Aufgabe 28 in Testheft C2

Ina spart jeden Monat 3 €.

Nach einem Jahr sind das insgesamt \_\_\_\_\_€.

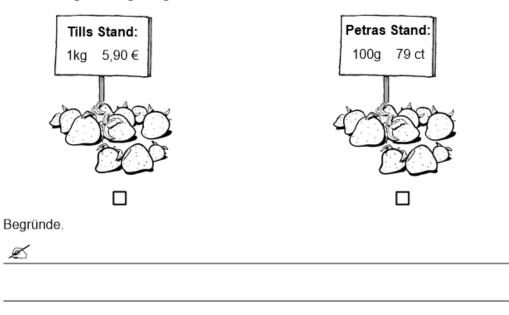
## Auswertung

RICHTIG	36
---------	----

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe Global	II
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen (4.2)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Sachaufgaben mit Größen lösen (4.2.d)

# Aufgabe 34 in Testheft C2

Welches Angebot ist günstiger? Kreuze an.



## Auswertung

	Tills Stand wurde angekreuzt UND eine Begründung gegeben, die einen Preisvergleich der Erdbeeren zu einem bestimmten Gewicht beinhaltet, z. B.:
RICHTIG	<ul> <li>weil 1 kg Erdbeeren bei Petra 7,90 € bzw. mehr als 5,90</li> <li>€ kosten</li> </ul>
	<ul> <li>weil 100 g Erdbeeren bei Till 59 ct kosten, das ist weniger/günstiger</li> </ul>
	<ul> <li>Bei Till ist das Kilo 2 Euro billiger.</li> </ul>
	Petras Stand wurde angekreuzt ODER
	Tills Stand wurde angekreuzt UND/ODER keine, eine falsche oder eine unvollständige Begründung gegeben, z. B.:
FALSCH	Alle Aussagen ohne eine Bezugnahme auf einen Vergleichswert bei demselben Gewicht:
	weil sie günstiger sind / weniger kosten
	weil 5,90 € weniger ist
	weil die anderen teurer sind

Anforderungsbereich	Verallgemeinern und Reflektieren (III)
Kompetenzstufe	V
Global	

Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	Begründungen suchen und nachvollziehen (3.3); Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen (4.1)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	einfache Sachaufgaben zur Proportionalität lösen (3.2.c); Sachaufgaben mit Größen lösen (4.2.d)

# Aufgabe 33 in Testheft C2

# Teilaufgabe a)

a)	Maxi legt 9	90 € mit vier	Scheinen. Z	wei davon	sınd gleich.
	Trage ein.				
_	€+	€+	€	+	_€ = 90 €

## Auswertung

RICHTIG	10; 10; 20; 50
RICHTIG	Die Reihenfolge der eingesetzten Zahlen ist nicht relevant.

## Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe Global	
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z. B. systematisch probieren) (1.2)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	einfache kombinatorische Aufgaben (z. B. Knobelaufgaben) durch Probieren bzw. systematisches Vorgehen lösen (1.3.e); Repräsentanten für Standardeinheiten kennen, die im Alltag wichtig sind (4.1.c)

# Teilaufgabe b)

b)	<ul> <li>b) Kim legt 90 € mit sechs Scheinen. Vier davon sind gleich.</li> <li>Trage ein.</li> </ul>					
	€+	€+	€+	€+	€+	€ = 90 €

## Auswertung

	5; 5; 20; 20; 20; 20
RICHTIG	ODER 5; 5; 5; 5; 20; 50
	Die Reihenfolge der eingesetzten Zahlen ist nicht relevant.

## Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe Global	IV
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z. B. systematisch probieren) (1.2)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	einfache kombinatorische Aufgaben (z. B. Knobelaufgaben) durch Probieren bzw. systematisches Vorgehen lösen (1.3.e); Repräsentanten für Standardeinheiten kennen, die im Alltag wichtig sind (4.1.c)

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe Global	V
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	Begründungen suchen und nachvollziehen (3.3)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Repräsentanten für Standardeinheiten kennen, die im Alltag wichtig sind (4.1.c)

Die folgende Tabelle gibt eine Übersicht über die Zuordnung zu den einzelnen Aspekten, die in der Aufgabe gefordert werden.

	Größenvorstellung	Kenntnis von Standardrepräsentanten	Messen	Rechnen	Verständnis für Einheiten, Umwandeln
Aufgabe 33 in Testheft B2		X			(x)
Aufgabe 31 in Testheft B2	(x)	х			х
Aufgabe 36 in Testheft B2		х		Х	
Aufgabe 31 in Testheft C2	(x)	х		Х	х
Aufgabe 28 in Testheft C2				Х	
Aufgabe 34 in Testheft C2	х			Х	х
Aufgabe 33 in Testheft C2		х		Х	

Tabelle 1: Aspekte in den Aufgaben aus Größen und Messen

### Aufgabenbezogener Kommentar

Der Größenbereich "Geldwerte" unterscheidet sich in mehreren Aspekten von den anderen klassischen Größenbereichen:

Kinder verfügen über sehr unterschiedliche Vorerfahrungen. Während Einkaufssituationen allen Schülerinnen und Schülern bekannt sind, sind dennoch nicht alle im Umgang mit Geld geübt, da das Bezahlen häufig von den Erwachsenen übernommen wird, oft sogar bargeldlos. Insofern ist es eine große Herausforderung, die sehr heterogenen Kenntnisse und Erfahrungen aufzugreifen, zu strukturieren und weiterzuentwickeln.

Kenntnis von Standardrepräsentanten der Größe Geldwert

Heterogene Vorerfahrungen

- Repräsentanten im Bereich Geld sind Waren bzw. der Wert von Waren, der oftmals in Preisen angegeben wird. Allerdings sind Preise nicht immer exakt gleich bzw. können diese variieren (je nach Anbieter, Tageskurs, Nachfrage, Qualität, Gebinde...). Um Stützpunktvorstellungen zu erlangen, müssen sich die Schülerinnen und Schüler einen Fundus an Repräsentanten für bestimmte Geldwerte aneignen. Am besten werden diese in Intervallen angegeben, da eine exakte Zuordnung eben nicht wirklich möglich ist (z. B. 50 ct - 1 €: Schokoriegel, 5 € - 10 €: Taschenbuch) und auf Lernplakaten dargestellt. Hilfreich ist es auch immer, Ordnungsrelationen zwischen verschiedenen Repräsentanten zu thematisieren (viel/wenig, teurer als, günstiger als, kostet gleich viel wie, ...). Bei Aufgabe 31 in Testheft B2 müssen die Kinder auf solche inhaltsreichen Vorstellungen, welche auch häufig auf Alltagserfahrungen beruhen, zurückgreifen können.
- Des Weiteren sind auch Münzen und Scheine Repräsentanten der Größe Geldwert. Die <u>Aufgaben 33 in Testheft B2</u>, 31 in <u>Testheft C2</u>, 33 in <u>Testheft C2</u> und 36 in <u>Testheft B2</u> setzen die Kenntnis aller vorhandenen Repräsentanten bzw. der fest vorgegebenen Stückelung voraus.
- Für die Größe "Geldwerte" gibt es keinerlei objektive Messwerkzeuge oder Skalierungen wie für die anderen Größen. Es ist für Kinder nicht unbedingt naheliegend, dass 100 1-Cent-Stücke denselben Wert wie eine 1-Euro-Münze haben. Es ist auch nicht immer selbstverständlich, dass eine einzelne Münze unter Umständen mehr Wert sein kann als eine größere Anzahl an Münzen mit geringerem Einzelwert (z. B. 1 € > 10 ct + 20 ct). Insofern bedarf Messübungen es statt vielerlei Wechselaktivitäten bzw. Variationen in der Darstellung, um eine Vorstellung von den Zusammenhängen zwischen den Einheiten entwickeln zu können (vgl. die Aufgaben 33 in Testheft B2, 31 in Testheft C2, 33 in Testheft C2 und 36 in Testheft B2).
- Für das Rechnen mit Geld werden auch arithmetische Kompetenzen benötigt (Kompetenzbereich: Zahlen und Operationen, vgl. die <u>Aufgaben 31 in Testheft C2, 28 in Testheft</u> C2, 34 in Testheft C2, 33 in Testheft C2 und 36 in Testheft B2)

Messen und Skalieren von Gelwerten

Rechnen mit Geld

Lesen von Geldwerten

- oder es wird das systematische Probieren angewendet (Kompetenzbereich: Daten, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit, vgl. die Aufgaben 31 in Testheft C2, 33 in Testheft C2 und 36 in Testheft B2).
- Beim Lesen von Geldwerten müssen (wie bei den anderen Größenbereichen auch) verschiedene Schreibweisen verstanden, in Beziehung gesetzt und ggf. verglichen werden (Darstellung von Geldbeträgen mit oder ohne Kommaschreibweise). Anders als bei anderen Größenbereichen können Geldbeträge jedoch nur mit zwei Einheiten beschrieben werden (€ und ct, im Gegensatz zu z. B. mm, cm, dm, m, km oder mg, g, kg, t).

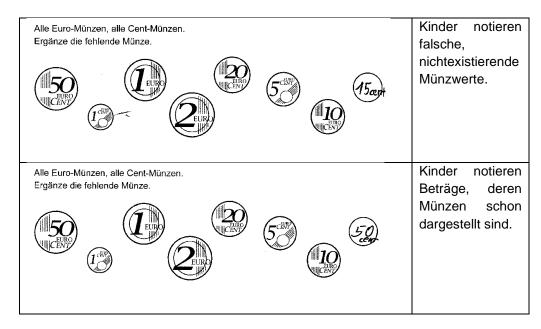
### Mögliche Schwierigkeiten

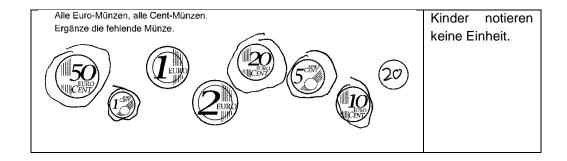
Probleme bei etlichen Aufgaben zum Größenbereich Geld können auftreten, wenn die oben genannten Besonderheiten der Größe Geld nicht erfasst wurden und folgende Kompetenzen bei den Kindern nicht oder nicht ausreichend vorhanden sind:

- Kenntnis der Standardrepräsentanten der Werte von Euro-Münzen und Euro-Scheinen
- Vorstellung von Preisen für bestimmte Produkte
- Grundkenntnisse der Addition und der Subtraktion
- Kenntnis der Kommaschreibweise bei der Angabe von Geldbeträgen

### Aufgabe 33 in Testheft B2

Den Schülerinnen und Schülern muss bei der <u>Aufgabe 33 in Testheft B2</u> der komplette Euro-Münzensatz bekannt und vertraut sein. Zudem muss die Unterscheidung der Standardeinheiten "Euro" und "Cent" bekannt sein. Fehlt dieses grundlegende Basiswissen, können die Kinder diese Aufgabe nicht sicher lösen. Somit können folgende typische Fehler auftreten:





### Aufgabe 31 in Testheft B2

Eine mögliche Schwierigkeit der <u>Aufgabe 31 in Testheft B2</u> besteht in der genauen Unterscheidung der Standardeinheiten "Euro" und "Cent" bzw. im genauen Lesen (oder die Gefahr des Überlesens der Einheiten): Es kann z. B. stimmen, dass ein Brötchen 40 Cent kostet, aber es kann nicht stimmen, dass ein Brötchen 40 Euro kostet. Der Bezug zur Lebenswirklichkeit der Kinder spielt bei dieser Aufgabe eine besondere Rolle. Kinder, die (fast) keine konkreten Erfahrungen mit Einkaufssituationen haben bzw. keine Größenvorstellung von Produktpreisen haben, könnten hier Schwierigkeiten haben, die Preisangaben richtig einzuschätzen und zuzuordnen.

### Aufgabe 36 in Testheft B2

Begründungsaufgaben wie die <u>Aufgabe 36 in Testheft B2</u> sind grundsätzlich für viele Kinder schwierig, da eine hohe sprachliche Kompetenz erforderlich ist, um Rechenwege, mathematische Sachverhalte u. ä. (vollständig) zu verschriftlichen.

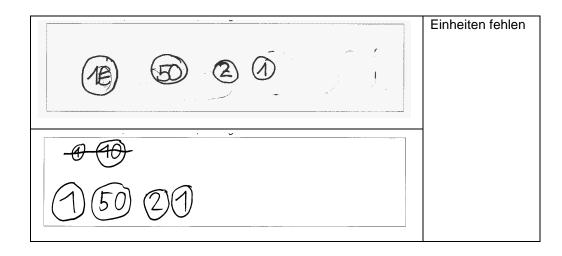
Neben der sprachlichen Herausforderung der (doppelten) Verneinung ("es stimmt nicht, dass es nicht geht"), können folgende mögliche Schwierigkeiten vorkommen:

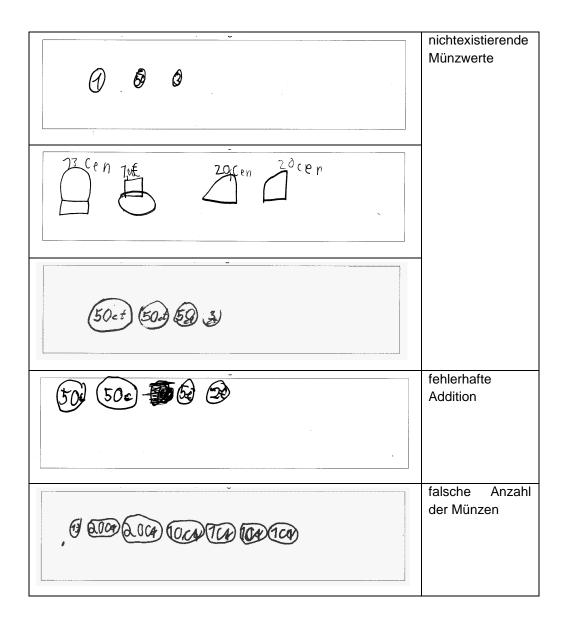
Linda behauptet: "Man kann 70 € <b>nicht</b> mit 5 Scheinen legen." Hat Linda recht? Kreuze an.	Hier wurden die 70 Euro in 5 Portionen zerlegt, nicht jedoch darauf geachtet, dass die 70€ mit 5 existierenden Scheinen gelegt werden soll.
Linda behauptet: "Man kann 70 € nicht mit 5 Scheinen legen."  Hat Linda recht? Kreuze an.	falsch addiert

Linda behauptet: "Man kann 70 € <b>nicht</b> mit 5 Scheinen legen."  Hat Linda recht? Kreuze an.	falsche Anzahl der Scheine
Linda behauptet: "Man kann 70 € <b>nicht</b> mit 5 Scheinen legen."  Hat Linda recht? Kreuze an.	Aussage "mit 5 Scheinen" interpretiert als "mit 5-Euro- Scheinen"
Linda behauptet: "Man kann 70 € <b>nicht</b> mit 5 Scheinen legen."  Hat Linda recht? Kreuze an.	doppelte Verneinung nicht beachtet

### Aufgabe31 in Testheft C2

Bei der <u>Aufgabe 31 in Testheft C2</u> müssen die Kinder die Kommaschreibweise der geforderten Summe, die in Münzen aufgezeichnet werden soll, deuten, die erforderlichen Münzen und ihre Werte kennen und korrekt addieren oder ergänzen. Sind eine oder mehrere dieser Kompetenzen nicht vorhanden, kann es zu Schwierigkeiten beim Lösen dieser Aufgabe kommen. Weiterhin ergeben sich Probleme, wenn die Anzahl der erforderlichen Münzen nicht eingehalten wird, die Münzen nicht oder nicht korrekt beschriftet werden und/oder die Einheit nicht benannt wird.





### Aufgabe 28 in Testheft C2

Voraussetzung zum Lösen der <u>Aufgabe 28 in Testheft C2</u> sind zum einen die Kenntnis, dass ein Jahr 12 Monate hat und zum anderen die Fähigkeit, das Ergebnis entweder durch Addition oder Multiplikation zu erhalten, zudem muss hier ein proportionaler Zusammenhang erkannt werden. Diese Aufgabe fordert also auch Kompetenzen aus den Inhaltsbereichen Zahlen und Operationen, Muster und Strukturen und dem Größenbereich Zeit.

Mögliche Schwierigkeiten könnten sein, dass Kinder Rechenfehler beim Addieren/Multiplizieren machen oder sie bei der Multiplikationsaufgabe überfordert sind, da ein Faktor größer als 10 ist.

### Aufgabe 34 in Testheft C2

Begründungsaufgaben wie die <u>Aufgabe 34 in Testheft C2</u> sind grundsätzlich für viele Kinder schwierig, da eine hohe sprachliche Kompetenz erforderlich ist, um Rechenwege, mathematische Sachverhalte u. ä. (vollständig) zu verschriftlichen.

Kinder vergleichen nur die Gewichtsangabe n, ohne einen Bezug zum Preis anzustellen.
Kinder vergleichen nur die Preisangaben, ohne einen Bezug zum Gewicht anzustellen.
Kinder vergleichen nur die Einheiten.
Kinder wiederholen nur die Angaben der Aufgabe.

Begründe.	Kinder machen
& tills Stand well they 5,90 & horsel	Rechenfehler.
und bei Bedra hosted 1 ha 8,376.	
- macro sept of market sept sept sept sept sept sept sept se	
Begründe.	
& tills Stand Well 1 kg 5,90€ hostel	
und bei Befra hosted 1 hg 8,316.	
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
	1.0
Begründe. Till	Kinder nennen
Begründe. Tills  Ettos angebot int billiger weil	unvollständige
Begründe. Tills  E tetros angelot ist billiger weil  1 kg bei ihrn mer 5,90 & Kosset und bei	
1 kg bei ihm mer 5,30 & Korset und bei	unvollständige
Begründe. Tills  E tetros angelod ist billiger weil  1 kg bei ihm mer 5,30 € Korset und bei  Betra 7,77€.	unvollständige
1 kg bei ihm mur 5,90 € Kondet und bei  Betra 7, 17 €.	unvollständige
1 kg bei ihm mur 5,90 € KonAch und bei  Betra 7,77 €.  Begründe.	unvollständige
1 kg bei ihm mur 5,90 € KonSet und bei  Betra 7, 17 €.	unvollständige
They bei ihm mur 5,90 € Kondet und bei  Betra 7, 17 €.  Begründe.	unvollständige
They bei ihm mur 5,90 € Kondet und bei  Betra 7, 17 €.  Begründe.	unvollständige
1 kg bei ihm mur 5,90 € KonAch und bei  Betra 7,77 €.  Begründe.	unvollständige

### Aufgabe 33 in Testheft C2

Mögliche Schwierigkeiten ergeben sich bei der <u>Aufgabe 33 in Testheft C2</u>, wenn die genaue Anzahl der zu addierenden Scheine nicht eingehalten wird und/oder nicht korrekt addiert wird. Auch müssen die Kinder wissen, welche Euro-Scheine es gibt, um auf die richtige Lösung der Aufgabe zu kommen. Es dürfen also lediglich Werte von Scheinen eingetragen werden, die wirklich existieren. Weiterhin können die Aussagen "Zwei davon sind gleich." und "Vier davon sind gleich." überlesen oder nicht beachtet werden.

### Teilaufgabe a)

a) Maxi legt 90 € mit vier Scheinen. Zwei davon sind gleich. Trage ein.	falsche Anzahl der Scheine
<ul> <li>a) Maxi legt 90 € mit vier Scheinen. Zwei davon sind gleich.</li> <li>Trage ein.</li> <li>10 € + 20 € + 10 € = 90 €</li> </ul>	falsch addiert

 a) Maxi legt 90 € mit vier Scheinen. Zwei davon sind gleich. Trage ein.

a) Maxi legt 90 € mit vier Scheinen. Zwei davon sind gleich.
 Trage ein.

nichtexistierende Scheine eingetragen

### Teilaufgabe b)

b) Kim legt 90 € mit sechs Scheinen. Vier davon sind gleich.  Trage ein.  10 € + 10 € + 45 € + 5 € = 90 €	Nichtexistierende Scheine eingetragen
b) Kim legt 90 € mit sechs Scheinen. Vier davon sind gleich.  Trage ein.	falsch addiert
b) Kim legt 90 € mit sechs Scheinen. Vier davon sind gleich.  Trage ein.  20€ + 20€ + 20€ + 10€ + 10€ + 10€ = 90€	Aussage "Vier davon sind gleich." nicht beachtet

### Anregungen für den Unterricht

#### Kenntnis von Standardrepräsentanten

Zu den Repräsentanten der Größe Geldwerte gehören die verschiedenen Münzen und Scheine. Um sich diese Repräsentanten aneignen zu können, sollen die Schülerinnen und Schüler zunächst Gelegenheit haben, die Münzen und Scheine zu untersuchen und kennenzulernen. Neben dem Spielgeld aus Papier oder Plastik sollte immer auch echtes Geld zur Verfügung stehen, um auch die Ränder von Münzen untersuchen und erste Erfahrungen zum Gewicht einer Münze oder einer bestimmten Anzahl von Münzen (z. B. 100 1-Cent-Münzen) machen zu können. Die Münzen und Scheine werden gemeinsam betrachtet, charakteristische Merkmale, Gemeinsamkeiten und Unterschiede gefunden und besprochen (→ Kommunizieren).

Sortieren und Ordnen

Kenntnis von

Standardrepräsentanten Untersuchen und Kennenlernen

Weitere Aufträge sind das Sortieren bzw. Ordnen von Münzsätzen und Geldscheinen, z. B.

- nach der Größe der Münzen sortieren oder ordnen,
- in Euro-Münzen und Cent-Münzen sortieren,
- nach dem Wert der Münzen und Scheine ordnen

Eine Möglichkeit der Differenzierung ist dabei, Münzen aus anderen Währungen auszusortieren. Im Unterricht sind folgende Impulse im Zusammenhang mit der Beschreibung und Sortierung von Münzen hilfreich:

Beschreiben

- Warum haben die Münzen die gleiche Farbe/Prägung?
- Was meinst du, warum sind die Münzen unterschiedlich groß?
- Woran hast du erkannt, dass es eine Cent-Münze ist?
- Spielerisch kann mit: "Welche Münze/Welcher Schein fehlt?" überprüft werden, ob die Kinder alle Münzen und Scheine kennen. Dazu wird aus einem vollständigen Satz Münzen/Scheine eine Münze/ein Schein entfernt und jeweils überlegt, was fehlt.
- Sind die Schülerinnen und Schüler weitestgehend sicher, können sie alle Münzen und Scheine selbstständig aufzeichnen oder in eine leere Darstellung (Kreise für die Münzen, Rechtecke für Scheine) die Werte geordnet eintragen.
- Mit dem Spiel: "Was ist es?" können die Beschreibungen der Münzen und Scheine geübt werden. Dabei soll eine Münze/ein Schein so beschrieben werden, dass man erraten kann, welche Münze bzw. welcher Schein gemeint ist. (→ Kommunizieren)

### Größenvorstellungen, Schätzen

Größenvorstellungen, Schätzen

Der Wert einer Ware, der durch den Preis angegeben wird, ist ebenfalls ein Repräsentant für Geldwerte. Um Erfahrungen zum <u>Geldwert von Gegenständen</u> zu sammeln und diese <u>realistisch einschätzen</u> zu können, setzen sich die Schülerinnen und Schüler mit den Preisen verschiedener Waren des täglichen Bedarfs und mit Preisen für Objekte, die für die Kinder von besonderer Bedeutung sind, auseinander.

- Dazu erkunden die Kinder Preise zu verschiedenen Gegenständen oder Lebensmitteln in einem nahegelegenen Supermarkt oder Spielzeugladen z. B. für ein Schulfrühstück, eine Feier etc.
- Von Preislisten in verschiedenen Imbissstuben oder Bäckereien können Fotos gemacht und diese dann verglichen werden. Es kann erkundet werden, wie die Preisspanne z. B. für ein Brötchen ist.
- Aus Werbeflyern werden von den Schülerinnen und Schülern Waren herausgesucht, die in einer bestimmten Preisspanne liegen,
   z. B.: kostet weniger als 2 Euro/kostet mehr als 2 Euro/ 1 € bis 5 €.
- Für die Sammlung von Repräsentanten werden von den Kindern geeignete Objekte gesammelt (Fotos, Bilder aus Prospekten, selbst gemalte Bilder) und Preisspannen zugeordnet (z. B. weniger als 10 ct; 10 ct bis 1 €; 5 € bis 10 €, 10 € bis 50 € etc.). Diese Sammlung kann in individuellen Heften oder auf Plakaten erfolgen. Sie werden nachfolgend als Stützpunktvorstellung genutzt.

Thematisiert wird in diesem Zusammenhang auch, warum es weder sinnvoll noch möglich ist, zu den einzelnen Objekten genaue Preisangaben zu machen. Es wird z. B. die Frage diskutiert: Warum kostet ein Becher Joghurt in den Supermärkten unterschiedlich viel?

Im Unterricht schließen sich folgende Aktivitäten an (→ Kommunizieren/Argumentieren):

- Vergleichen des Wertes von vorgegebenen Gegenständen (...ist mehr wert/ist weniger wert als...; ...kostet mehr/kostet weniger als...)
- Auswahl, welcher der vorgegebenen Preise zum Gegenstand etwa passt
- Überprüfen oder Finden eines passenden Vergleiches für den Preis von Gegenständen
  - (10 Bleistifte kosten etwa so viel wie 3 Überraschungseier)
- Zuordnung von Preisen zu den Waren eines eigenen Kaufladens

#### Messen

Mit einem festen Satz an Münzen und Scheinen ist die Darstellung aller Geldwerte möglich. Die Schülerinnen und Schüler sollen Geldbeträge bestimmen und auch darstellen können.

Das Nachlegen von dargestellten Summen (Beträgen) ist eine niedrigschwellige Aufgabe, um <u>Geldwerte mit Münzen und Scheinen darzustellen.</u>

Weitere Aufgaben zum Legen von vorgegebenen Beträgen können mit unterschiedlichen Bedingungen verknüpft werden, z. B.

- nur Cent-Münzen bzw. nur Euro-Münzen nutzen
- keine Münze doppelt verwenden
- mit einer vorgegebenen Anzahl von Münzen legen
- keine Scheine, nur Münzen verwenden
- zwei gleiche Scheine nutzen
- etc

Für den Auftrag: "Finde alle Möglichkeiten, um einen vorgegebenen Betrag mit Münzen/Scheinen zu legen." kann die Darstellung in Tabellen eine gute Unterstützung sein, um das systematische Vorgehen der Schülerinnen und Schüler zu unterstützen. (→ Problemlösen)

	CENT CENT	2	5 CENT	IO EURO CENTO	20 CENT	50 EURO CENT
70 ct					1	1
70 ct				2		1

Um den <u>Betrag zu einer Kollektion von Münzen zu ermitteln</u>, müssen alle Münzwerte addiert werden. Mit den Schülerinnen und Schülern können verschiedene Strategien des Vorgehens und des Ermittelns von Teilbeträgen thematisiert werden, z. B.

- Münzen nach ihrem Wert sortieren und addieren. Danach werden die ermittelten Teilbeträge zum Gesamtwert addiert.
- Münzen in (gleiche) Teilbeträge, z. B. immer 1 €, zusammenfassen und dann alle Teilbeträge addieren.

Messen

Die Tabellendarstellung ist auch für das Ermitteln von Beträgen geeignet.

	1 CHANGE	2	5	IO LEURO LEU	20 CENT	50 EURO CENT
100 ct						2
70 ct					1	1

Der Auftrag: "Welche Beträge lassen sich mit genau 2 Münzen legen?" lässt sich ebenfalls gut in der Tabelle systematisch bearbeiten. (→ Problemlösen/Darstellungen verwenden)

# Verständnis von Einheiten und Untereinheiten / Umwandeln, Kommaschreibweise

Untereinheiten/Umwandeln, Kommaschreibweise

Verständnis von Einheiten und

Für das Verständnis zum Umwandeln von Einheiten wird die Idee des Wechselns von Cent in Euro und umgekehrt genutzt. Passende Aufträge sind z. B.

- Tausche 1 € in Cent.
- Lege 1,50 € nur mit Cent-Münzen.
- Wechsle 205 ct in Euro und Cent. Finde verschiedene Möglichkeiten.
- Vergleiche 150 ct und 1 € 50 ct. Beschreibe, wie du vorgehst.

(→ Kommunizieren)

(→ Darstellungen verwenden)

**Rechnen** Rechnen

Für das Rechnen mit Geld eignen sich alle Einkaufssituationen, die im Unterricht mit Rollenspielen und einem Kaufladen/Klassenladen nachempfunden werden können. Preislisten oder mit Preisen ausgezeichnete Waren ermöglichen das Berechnen des Gesamtpreises. Die Gesamtpreise lassen sich durch Addition aber häufig auch durch Vervielfältigen also mit Hilfe der Multiplikation berechnen.

- Zum gefüllten Einkaufskorb wird die Frage beantwortet: "Wie viel musst du insgesamt bezahlen?"
- Zu einer Preisliste und dem vorgebebenen Betrag wird die Frage bearbeitet: "Was kannst du für 20 € kaufen?"
- Es kann auch zunächst ein Einkaufzettel geschrieben werden und der erwartete Gesamtpreis überschlagen werden. Das zu erwartende Rückgeld wird durch Subtraktion berechnet.
- Gibt es eine direkte Abhängigkeit des Preises z. B. von einer bestimmten Anzahl, von der Masse oder von der Größe, so muss die Idee des funktionalen Zusammenhangs berücksichtigt werden.
- Beispiel:
- Ermitteln des Preises pro (Portion) kg:
- Wenn ein Beutel Äpfel 2,50 € kostet, dann kosten 2 Beutel Äpfel

\_\_\_\_

Anzahl der 1kg-Beutel	1	2	3	4
Preis	2 € 50 ct	5€	7 € 50 ct	10€

In der tabellarischen Darstellung kann untersucht werden, wie sich die Veränderung der einen Größe auf die andere Größe auswirkt: Wenn sich die Anzahl der 1-kg- Beutel verdoppelt, dann \_\_\_\_\_\_\_ sich der Preis.

(→ Modellieren und Problemlösen)

#### Größenbereich Längen

### 4.2 Größenbereich Längen

### Aufgabe 37 in Testheft B2

Setze passend ein. Verwende alle 4 Zahlen.

20	1	750	10
----	---	-----	----

Elsas Freundin geht \_\_\_\_\_km zur Schule.

Elsas Finger ist \_\_\_\_\_mm breit.

Elsas Fuß ist \_\_\_\_\_cm lang.

Elsa geht \_\_\_\_\_m zur Schule.

### Auswertung

1. Zeile: 1
2. Zeile: 10
3. Zeile: 20
4. Zeile: 750

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe Global	
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z. B. systematisch probieren) (1.2)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Größen vergleichen, messen und schätzen (4.1.b)

### Aufgabe 35 in Testheft B2

Die Mädchen der 3a haben ihren weitesten Sprung aufgeschrieben:

 Amelie
 3 m 6 cm

 Britta
 2,67 m

 Carlotta
 3,18 m

 Dora
 352 cm

 Emilia
 2 m 80 cm

 Fine
 3,40 m

 Greta
 3 m 60 cm

Der weiteste Sprung gewinnt.

Wer wurde Erste?

Wer wurde Zweite?

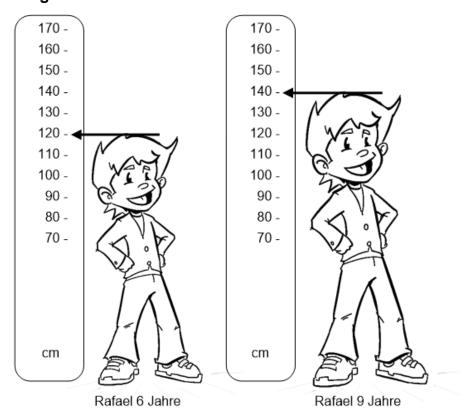
Wer wurde Dritte?

### Auswertung

1. Zeile: Greta
2. Zeile: Dora
RICHTIG
3. Zeile: Fine
Das Eintragen der jeweils korrekten Größenangaben wird auch als richtig gewertet.

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe Global	III
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Größen vergleichen, messen und schätzen (4.1.b); Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln) (4.1.d)

# Aufgabe 30 in Testheft B2



Rafael ist \_\_\_\_\_ cm gewachsen.

### Auswertung

		_
RICHTIG	20	

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)	
Kompetenzstufe Global		
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen (4.1)	
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Sachaufgaben mit Größen lösen (4.2.d)	

### Aufgabe 32 in Testheft C2

Claas springt 1 m 85 cm weit.
Aida springt 35 cm weiter.
Aida springt \_\_\_\_\_ weit.

### Auswertung

	2,20 m ODER 2 m 20 cm ODER 220 cm		
RICHTIG	Die Angabe der Maßeinheit, als Einheitszeichen oder als		
	ausgeschriebenes Wort, ist erforderlich.		

#### Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe Global	IV
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen (4.1)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	die vier Grundrechenarten und ihre Zusammenhänge verstehen (1.2.a); Sachaufgaben mit Größen lösen (4.2.d)

### Aufgabe 37 in Testheft C2

Auf dem Schulfest wird Kistenklettern angeboten. Der Turm besteht aus 6 Getränkekisten.



Wie hoch ist der Turm ungefähr? Kreuze an.

1 m	2 m	5 m	7 m

### Auswertung

RICHTIG Nur das 2. Kästchen wurde angekreuzt.

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe Global	III
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen (4.2)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	wichtige Bezugsgrößen aus der Erfahrungswelt zum Lösen von Sachproblemen heranziehen (4.2.b)

	Größen- vorstellung	Kenntnis von Standardrepräsentanten	Messen	Rechnen	Verständnis für Einheiten, Umwandeln
Aufgabe 37 in Testheft B2	х	х			
Aufgabe 35 in Testheft B2					х
Aufgabe 30 in Testheft B2			х	Х	
Aufgabe 32 in Testheft C2				х	х
Aufgabe 37 in Testheft C2	х				

Tabelle 2: Aspekte in den Aufgaben aus Größen und Messen

#### Aufgabenbezogener Kommentar

In den <u>Aufgaben 37 in Testheft B2</u> und <u>37 in Testheft C2</u> wird ein zentrales Anliegen der Arbeit mit Größen thematisiert: Die Entwicklung und der Aufbau von Größenvorstellungen.

Aufbau von Größenvorstellungen

<u>Aufgabe 37 in Testheft B2</u> verlangt, dass Sachsituationen *unmittelbar* durch eine Maßzahl beschrieben werden sollen. Dies geschieht auf der Grundlage von tragfähigen Kenntnissen der Standardrepräsentanten aus dem Größenbereich Längen.

Standardrepräsentanten aus dem Größenbereich Längen

Die <u>Aufgabe 37 in Testheft C2</u> kann gelöst werden, indem eine eher unkonventionelle Bezugsgröße (Höhe einer Getränkekiste) genutzt wird, um die Höhe eines Turmes *mittelbar* zu bestimmen. Die Aufgabe kann aber auch gelöst werden, indem die Größe der kletternden Person in Beziehung zur Höhe des Turms gebracht wird.

Beziehungen von Größen zueinander

Bei der Aufgabe 35 in Testheft B2 werden verschiedene Schreibweisen von Längen dargestellt. Die angegebenen Werte sollen verglichen und in eine Reihenfolge gebracht werden. Eine zielführende Lösung wäre, alle Werte in eine einheitliche Schreibweise zu übertragen, um die Sprungweiten miteinander vergleichen zu können. Bei Aufgabe 32 in Testheft C2 müssen Längenangaben in verschiedenen Schreibweisen addiert werden. Auch hier kann es sinnvoll sein, die beiden Werte zunächst in eine einheitliche Schreibweise zu übertragen. Auf jeden Fall muss aber der Zusammenhang der Einheiten m und cm verstanden worden sein.

Schreibweisen von Längen

In <u>Aufgabe 30 in Testheft B2</u> soll die jeweilige Körpergröße eines Kindes im Alter von 6 Jahren und im Alter von 9 Jahren von einer Messlatte abgelesen und verglichen werden. Ausgehend von der Frage nach dem Größenunterschied, muss anschließend die Differenz berechnet werden. Dabei wird die Grundvorstellung der Subtraktion als Ergänzen oder des Abziehens aktiviert, bzw. eine Platzhalteraufgabe oder eine Minusaufgabe gefunden und gelöst. Die Größenangabe von Rafael (6 Jahre) wird von der von Rafael (9 Jahre) subtrahiert bzw. es wird von der Größe Rafael (6 Jahre) zur Größe Rafael (9 Jahre) ergänzt (140 cm – 120 cm = **20 cm** bzw. 120 cm + **20 cm** = 140 cm).

Größen ablesen, vergleichen Rechnen mit Größen

### Mögliche Schwierigkeiten

#### Aufgabe 37 in Testheft B2

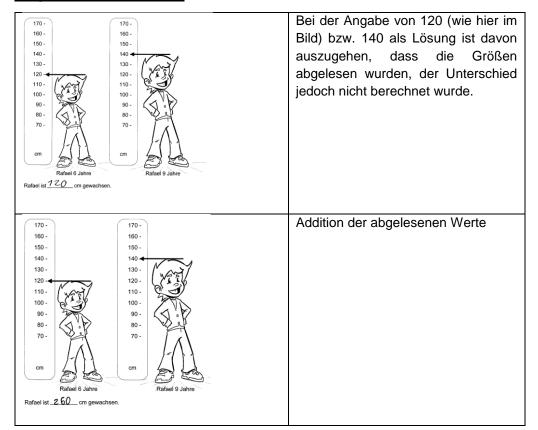
Wenn die Größenvorstellung der Kinder nicht entsprechend ausgebildet ist, führen die eingesetzten Zahlen teilweise zu sehr unrealistischen Längenangaben. Eine Schwierigkeit könnte auch sein, dass – da alle 4 Zahlen verwendet werden müssen – auch eine Strategie gefunden werden muss, wie die Zahlen verteilt werden können, so dass alle Aussagen stimmen.

Setze passend ein. Verwende alle 4 Zahlen.	Aufgabe 10	
College passend ciri. Vollegia di Caracini.	Setze passend ein. Verwende alle 4 Zahlen.	
20 1 750 10  Elsas Freundin geht 750 km zur Schule. Elsas Finger ist 20 mm breit. Elsas Finger ist 10 mm breit. Elsas Finger ist 10 mm breit. Elsas Fuß ist 1 cm lang. Elsa geht 10 m zur Schule. Elsa geht 1 m zur Schule.  20 1 750 10  Elsas Freundin geht 2 km zur Schule. Elsas Finger ist 10 mm breit. Elsas Fuß ist 1 cm lang. Elsa geht 1 m zur Schule. Elsas Fuß ist 10 cm lang. Elsa geht 1 m zur Schule. Elsas Fuß ist 10 cm lang. Elsa geht 1 m zur Schule.	20 1 750 10  Elsas Freundin geht 750 km zur Schule.  Elsas Finger ist 20 mm breit.  Elsas Fuß ist 1 cm lang.	

#### Aufgabe 35 in Testheft B2

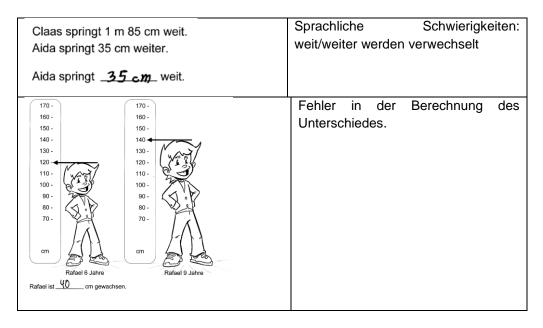
Wer wurde Erste?	(3m 60cm)	Durch fehlende Umrechnung ist
Wer wurde Zweite?	(3,40 m)	die Reihenfolge oder ein Teil der Reihenfolge falsch.
Wer wurde Dritte?	- (3,18 m)	Es fehlt Dora mit 352 cm. Gewählt wurden nur
Wer wurde Erste?	(3m 60cm)	Maßangaben, die bereits mit der Einheit m angegeben waren. Die
Wer wurde Zweite?	(352 cm)	Größenangabe von Dora ist in
Wer wurde Dritte?	(3m 6cm)	cm angegeben und wurde offensichtlich nicht umgerechnet.
		Es fehlt Fine mit 3,40 m. Ausgewählt wurden nur gemischte Größenangaben oder Größenangaben mit cm. Angaben mit Kommaschreibweise wurden nicht berücksichtigt.
Wer wurde Erste?  Wer wurde Zweite?  Wer wurde Dritte?	nd Grela	3 m 60 cm (Greta) und 3 m 6 cm (Amelie) werden als gleich weit angesehen.

#### Aufgabe 30 in Testheft B2



### Aufgabe 32 in Testheft C2

Claas springt 1 m 85 cm weit. Aida springt 35 cm weiter. Aida springt <b>2</b> m weit.	Schwierigkeiten beim Verrechnen der Zentimeter und/oder dem erforderlichen Umwandeln von cm in m.
Claas springt 1 m 85 cm weit. Aida springt 35 cm weiter. Aida springt 2m25 weit.	
Claas springt 1 m 85 cm weit. Aida springt 35 cm weiter. Aida springt 2,35 weit.	
Claas springt 1 m 85 cm weit. Aida springt 35 cm weiter. Aida springt 2,20 weit.	Fehlende Maßeinheit
Claas springt 1 m 85 cm weit. Aida springt 35 cm weiter. Aida springt 2 m20 weit.	



#### Anregungen für den Unterricht

Im Folgenden werden exemplarisch Anregungen für den Unterricht vorgeschlagen:

- zum Aufbau von Größenvorstellungen bzw. der Entwicklung von Stützpunktwissen durch Messaktivitäten,
- zur Notation von Längenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen und somit zum Verstehen des Zusammenhangs der Längeneinheiten und
- zum Rechnen mit Längenangaben in Kontexten.

#### Aufbau von Größenvorstellungen/Stützpunktwissen

Tragfähige Stützpunktvorstellungen zu Größen beruhen auf schnell abrufbaren inneren Bildern von Größen, die durch wiederholtes **Messen** aufgebaut werden können. Um zu eigenen inneren Bildern einer Größe zu gelangen, ist das reale Messen von Dingen und Gegenständen erforderlich. Um (ihre eigenen) Repräsentanten zu Standardeinheiten zu finden, sollten Kinder zunächst viele Dinge messen und schätzen.

#### Größenplakate

Aufbau von

Größenvorstellungen /

Stützpunktwissen

#### Größenplakate

Wenn die Kinder Gegengenstände entdeckt haben, die für sie besonders gut eine Größe repräsentieren, können diese auf Plakaten gesammelt und veröffentlicht werden. Hierzu bieten sich das Anlegen einer Fotosammlung oder Kollage (zum Beispiel aus Katalogen) von Gegenständen an:

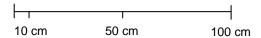
- mit den jeweils genauen Größenbezeichnungen (Maßzahl und Maßeinheit)
- als Stützpunktvorstellungen für eine ungefähre Länge (z. B. 10 cm)
  - Posterüberschrift: Was ist ungefähr 10 cm /100 cm/2 m ... lang?
- In diesem Zusammenhang k\u00f6nnen verschiedene Gegenst\u00e4nde gemeinsam, in Partner- oder Einzelarbeit gemessen werden (z. B. mit dem Ziel, Gegenst\u00e4nde von 10 cm, 1 m, ... zu finden),

mit anschließender Sicherung der Messergebnisse in einer Plakatsammlung.

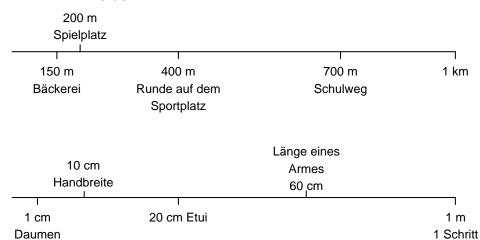
Herstellen eines "Größenstrahls"

Herstellen eines "Größenstrahls"

- Analog zu einem Zahlenstrahl kann ein sog. "Größenstrahl" vorgegeben werden, der zunächst keine Skalierung vorsieht. Vielmehr können verschiedene Gegenstände auf dem "leeren" Größenstrahl verortet werden. Für die Größe Länge werden die Relationsbegriffe "ist kürzer/länger" genutzt, um über die Anordnung der Gegenstände zu sprechen oder um neue Gegenstände einzuordnen.
- Am "Größenstrahl" können dann Maßangaben als Ankerpunkte eingetragen werden:



 Nun können Gegenstände (gezeichnet, aus Katalogen, auch digital) am Größenstrahl entsprechend der Skalierung verortet werden.



*Prozessbezogene Kompetenzen* (→ Kommunizieren, Argumentieren) werden bei folgenden Aktivitäten gefordert:

- Eigene Vorgehensweisen beim Messen beschreiben
- Messergebnisse auf Korrektheit (über)prüfen
- Messstrategien anderer verstehen
- Messstrategien und Schätzstrategien anderer gemeinsam besprechen und beraten

# Unterschiedliche Notationen / Zusammenhänge zwischen Längenangaben verstehen

Unterschiedliche Notationen / Zusammenhänge zwischen Längenangaben verstehen

Das Vergleichen von Längenangaben in verschiedenen Schreibweisen und das Rechnen mit Längenangaben sind jeweils komplexe Aktivitäten und sollten daher nicht unbedingt gleichzeitig thematisiert werden. Zunächst können die Kinder lernen, Längenangaben umzuwandeln und in unterschiedlichen Schreibweisen darzustellen.

Aktivitäten zur Thematisierung der unterschiedlichen Schreibweisen sind die folgenden:

- Größen selbst messen, der Länge nach ordnen und in verschiedenen Schreibweisen darstellen, z. B. Gegenstände im Klassenzimmer, Körpergröße der Kinder
- Den Unterschied bzw. die Gemeinsamkeiten zwischen den folgenden Längenangaben beispielgebunden und anhand von Messaktivitäten besprechen: 3 m 6 cm, 306 cm, 3,06 m, 3,60 m, 3 m 60 cm, 360 cm
- Gegenständen Größenangaben zuordnen, die in verschiedenen Schreibweisen gegeben sind:
- Breite Haus, Höhe Tür, Höhe Tisch, Sitzhöhe Stuhl, Länge Buch, Länge Radiergummi – 7,50 m, 2 m 50 cm, 0,75 m, 45 cm, 25 cm, 0,05 m
- Memory mit Repräsentanten und zugehörigen Längenangaben (unterschiedliche Schreibweisen verwenden)
- Memory mit gleichen Längen in unterschiedlicher Schreibweise
- Ergänzen der jeweils fehlenden Schreibweisen

in Zentimeter	245 cm	318 cm			89 cm
in Meter & Zentimeter	2 m 45 cm			2 m 9 cm	
in Meter	2,45 m		1,70 m		

Rechnen mit Längenangaben in Kontexten

#### Rechnen mit Längenangaben in Kontexten

Das Rechnen "über den Meter" ist für Kinder sehr herausfordernd. Daher sollten zunächst Übungen zum Ergänzen angeboten werden.

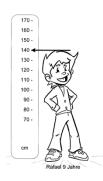
- Ergänze zu 1 m (auch handelnd: Erst Strecken ausmessen, dann zu 1 m ergänzen).
- Wie viele cm fehlen bis 1 m?
- 23 cm + \_\_\_ cm = 1 m
- 0,04 m + \_\_\_\_ m = 1 m

Danach werden zwei oder mehr Längenangaben in verschiedenen Schreibweisen addiert. Dazu können die Schülerinnen und Schüler zunächst Längen bzw. Strecken zeichnen und die Längen der Teilstrecken addieren. Zur Differenzierung kann man den Kindern die Aufgabe stellen, verschiedene Strecken zu zeichnen, die insgesamt die Länge 1 m ergeben.

Der Sportunterricht bietet ebenfalls zahlreiche Lernanlässe, um mit Größen zu rechnen. Die Kinder können z. B. ihre möglichen Ergebnisse beim Weit- oder Hochsprung im Vorfeld einschätzen und dann mit den tatsächlich erzielten Weiten vergleichen.

Situationen aus dem Alltag der Kinder (Messen an einer Messlatte) können genutzt werden, um einfache Sachaufgaben zu formulieren.

#### Beispiel:



Lies ab: Rafael ist \_\_\_\_ cm groß.

Zeichne ein und berechne:

Paul ist 10 cm größer als Rafael. Paul ist \_\_\_\_ cm groß.

Mia ist 15 cm kleiner als Rafael. Mia ist \_\_\_\_ cm groß.

Berechne den Größenunterschied von Paul und Mia. Schreibe eine Rechnung auf.

Besonderes Augenmerk kann dann auf unterschiedliche Formulierungen gelegt werden, deren Bedeutung im Rahmen von Unterrichtsgesprächen geklärt werden kann, z. B. gewachsen, weiter, kleiner, größer, höher... Diese Begriffe können dann in Sachaufgaben eingebunden und genutzt werden.

Zur Übung bieten sich auch Rechenrätsel, tabellarische Vergleiche oder vergleichende Diagramme an, wie folgende Beispiele zeigen:

Wie hoch ist Max gesprungen?



Ich habe beim Hochsprung 97 cm geschafft.

Moritz



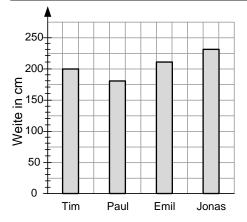
Ich bin 15 cm höher gesprungen als Moritz.

Max

#### Wie groß sind Lisa und Nele?



Ballwurf	Lena	Anna	Runa	Mala
1. Versuch	14,20 m	12,80 m	14,50 m	10,50 m
2. Versuch	14,90 m	13,60 m	13,90 m	9,60 m
Unterschied				



Die Kinder finden Fragen zum Diagramm:

Wer ist am weitesten gesprungen?

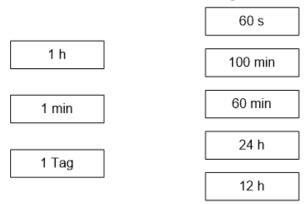
Um wie viel cm ist Jonas weiter gesprungen als Paul?

Wie viele cm weiter hätte Tim springen müssen, um so weit zu springen, wie Emil?

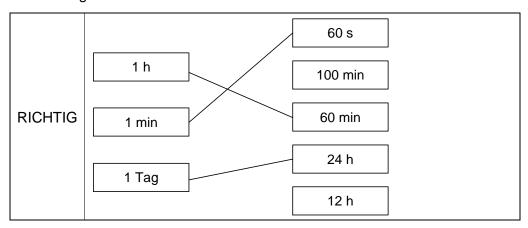
### 4.3 Größenbereich Zeitspannen

### Aufgabe 28 in Testheft B2

Verbinde. Zwei Kästchen bleiben übrig.



### Auswertung



Anforderungsbereich	Reproduzieren (I)
Kompetenzstufe Global	
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	mathematische Aussagen hinterfragen und auf Korrektheit prüfen (3.1)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln) (4.1.d)

### Aufgabe 38 in Testheft B2

Am Projekttag macht Noahs Klasse drei Pausen. Wie lange dauern sie? Ergänze.

1. Pause: 08:45 Uhr bis 09:00 Uhr: \_\_\_\_\_ Minuten

2. Pause: 09:45 Uhr bis 10:15 Uhr: \_\_\_\_\_Minuten

3. Pause: 11:00 Uhr bis 11:10 Uhr: \_\_\_\_\_ Minuten

#### Auswertung

	1. Zeile: 15
RICHTIG	2. Zeile: 30
	3. Zeile: 10

#### Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)	
Kompetenzstufe Global	II	
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen (4.1)	
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Größen vergleichen, messen und schätzen (4.1.b)	

### Aufgabe 29 in Testheft B2

Das Flugzeug fliegt von Frankfurt nach Palma.



Abflug



20:40 Ankunft

Der Flug dauert \_\_\_\_\_ Stunden und \_\_\_\_\_ Minuten.

#### Auswertung

	2 [Stunden] 15 [Minuten] ODER	
RICHTIG	0 (keine Angabe) [Stunden] 135 [Minuten] ODER	
	1 [Stunden] 75 [Minuten]	

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
---------------------	-------------------------------

Kompetenzstufe Global	II
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen (4.1)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Sachaufgaben mit Größen lösen (4.2.d); aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen (5.1.b)

### Aufgabe 30 in Testheft C2

Nummeriere von 1 bis 5. Beginne mit dem, was am kürzesten dauert.

ein Wochenende
Zähneputzen
ein Schultag
einmal niesen
eine große Pause

### Auswertung

	5 - ein Wochenende
	2 - Zähneputzen
RICHTIG	4 - eine Schulstunde
	1 - einmal niesen
	3 - eine große Pause

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)		
Kompetenzstufe Global			
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	mathematische Zusammenhänge erkennen und Vermutungen entwickeln (3.2); Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen (4.1)		
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Größen vergleichen, messen und schätzen (4.1.b)		

	Größen- vorstellung	Kenntnis Standardrepräsenta	von anten	Messen	Rechnen	Verständnis für Einheiten, Umwandeln
Aufgabe 28 in Testheft B2						х
Aufgabe 38 in Testheft B2					Х	х
Aufgabe 29 in Testheft B2					Х	х
Aufgabe 30 in Testheft C2	Х	х				

Tabelle 3: Aspekte in den Aufgaben aus Größen und Messen

#### Aufgabenbezogener Kommentar

Die <u>Aufgabe 30 in Testheft C2</u> setzt eine Vorstellung voraus, wie lange eine Tätigkeit oder ein Ereignis dauern kann. Durch bewusste Erfahrung mit der Größe Zeit entwickelt sich diese beim Kind.

Vorstellung zur Dauer

Entscheidend für die erfolgreiche Bearbeitung der <u>Aufgaben 28 in Testheft B2</u>, <u>38 in Testheft B2</u> und <u>29 in Testheft B2</u> ist das Wissen, dass die Einheit Zeit nicht dem dekadischen System unterliegt, z. B. entspricht eine Stunde nicht 100 sondern 60 Minuten. Zudem sind grundlegende arithmetische Kenntnisse erforderlich.

Stellenwertsystem der Zeit

#### Mögliche Schwierigkeiten

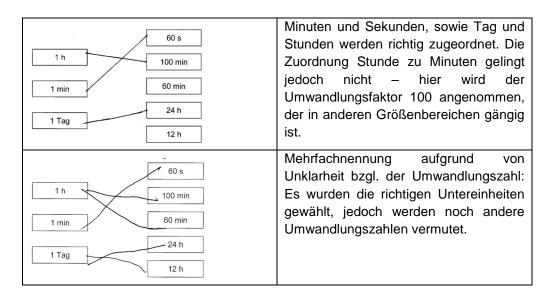
Dem Größenbereich "Zeit" sind folgende Besonderheiten zuzuordnen, welche das Bearbeiten von Aufgaben in diesem Größenbereich erschweren können:

- Das Zeitempfinden unterliegt einer subjektiven Wahrnehmung und hängt von der jeweiligen Tätigkeit, Situation und Stimmung ab. Dementsprechend kann eine objektiv gemessene Zeitspanne unterschiedlich empfunden werden. Im Gegensatz zu anderen Größen ist Zeit nicht greifbar, sondern nur spürbar.
- Die Repräsentanten für Größen der Zeit sind Vorgänge, welche sich nicht beliebig wiederholen und speichern lassen, und deren direkter Vergleich nur möglich ist, wenn die Vorgänge zum gleichen Zeitpunkt beginnen oder enden und am gleichen Ort stattfinden.
- Die Messinstrumente Uhr und Kalender sind nicht unmittelbar ineinander überführbar.
- Die Einheiten in diesem Größenbereich sind nicht dekadisch aufgebaut, die Umwandlungszahlen sind zudem unregelmäßig, z. B. 60 Sekunden, 24 Stunden, 7 Tage, 29/30/31 Tage, 12 Monate, 365/366 Tage und die Bezeichnungen für die Einheiten lassen keine Beziehung untereinander erkennen.
- Repräsentanten für Zeit sind in der Regel Abläufe, welche jeweils nur mittelbar erfahrbar und somit einmalig und nicht wiederholbar sind. Die Ausnahme sind konservierte Vorgänge, wie z. B. das wiederholte Abspielen eines aufgenommenen Liedes.
- Es gibt Zeitpunkte und Zeitspannen. Zeitpunkte werden abgelesen und verglichen, Zeitspannen dagegen können abgelesen und berechnet werden.
- Für Zeitpunkte und Zeitspannen gibt es unterschiedliche Darstellungsformen (z. B. Zeitpunkt: 12:45 Uhr; Zeitspanne:12 h 45 min).
- Der Umgang mit der Größe Zeit geht einher mit der Erarbeitung folgender Fachbegriffe:
- Einheiten und gebräuchliche Zeitspannen: Minute, Sekunde, Stunde, halbe Stunde, Viertelstunde (regionaler Sprachgebrauch zu beachten), Woche, Tag (24 Stunden), Monat, Jahr

 Relationen: dauert länger als, dauert kürzer als, dauert am längsten, dauert am kürzesten, dauert genauso lange wie

#### Aufgabe 28 in Testheft B2

Das korrekte Bearbeiten der <u>Aufgabe 28 in Testheft A2</u> erfordert sowohl Kenntnisse über die Bedeutung der Einheitsangaben (z. B. h = Stunde), sowie über die Untereinheiten, als auch über die jeweils richtige Umwandlungszahl. Dabei treten häufig die im Folgenden dargestellten Fehler auf.



#### Aufgabe 38 in Testheft B2 und 29 in Testheft B2

Bei den Aufgaben 38 in Testheft B2 und 29 in Testheft B2 ist teilweise ein Rechnen auf die volle Stunde bzw. über die Stunde hinweg gefordert, dies könnte eine mögliche Fehlerquelle darstellen. Eine weitere Herausforderung bei diesen Aufgaben liegt darin, dass bei der Ermittlung der Zeitunterschiede nicht das bekannte Dezimalsystem zugrunde liegt. Zur Aufgabenlösung ist es zudem unabdingbar die Darstellungsformen und den Unterschied zwischen Zeitpunkten /Uhrzeiten und Zeitspannen zu kennen.

Annahme einer dekadischen Umrechnungszahl: 1 h = 100 min:

08:45 Uhr bis 09:00 Uhr: <b>55</b> Minuten	Annahme der dekadischen Umrechnung 1 h = 100 min
09:45 Uhr bis 10:15 Uhr: <b>10</b> Minuten	
08:45 Uhr bis 09:00 Uhr: 4550 Minuten 09:45 Uhr bis 10:15 Uhr: 1,70 Minuten	Annahme der dekadischen Umrechnung 1 h = 100 min, zudem Bestimmen des Unterschieds vor dem Doppelpunkt.

Zeitpunkte-/Zeitspannenfehler:

11:00 Uhr bis 11:10 Uhr: <u>22</u> Minuten	Zeitpunkte und Zeitspanne werden vermischt. Die Stunden der Zeitpunkte werden addiert und als Zeitspanne angegeben.
11:00 Uhr bis 11:10 Uhr: 5 o Minuten	Ungeachtet der ersten Uhrzeit wird von der zweiten Uhrzeit auf eine volle Stunde gerechnet.

#### Fehler beim Berechnen einer Zeitspanne:

Der Flug dauert 2 Stunden und 5 Minuten.	Eine Angabe wurde falsch
Der Flug dauert Stunden und Minuten.	berechnet. Entweder Minuten oder Stunden.
Der Flug dauert 38 Stunden und 65 Minuten.	Die Zeitpunkte (Stunden und Minuten) wurden addiert.
Der Flug dauert 18:25 Stunden und 20:40 Minuten.  Der Flug dauert 18:25 Stunden und 20:40 Minuten.	Die Zeitpunkte wurden eingetragen.

#### Aufgabe 30 in Testheft C2

Jedes Kind nimmt die Zeitdauer einer Situation/einer Tätigkeit subjektiv wahr. So kann es z. B. die Dauer des Zähneputzens als länger empfinden als die Dauer der großen Pause. Gefordert ist jedoch in der <u>Aufgabe 30 in Testheft C2</u>, eine realistische zeitliche Einschätzung der Geschehnisse/Tätigkeiten. Fehler, die auf ein subjektives Zeitempfinden schließen lassen:

		Das Wochenende wird subjektiv als sehr kurz
1	ein Wochenende	empfunden.
2	Zähneputzen	
5	ein Schultag	
2	einmal niesen	
9	eine große Pause	
		Die große Pause wird subjektiv als kurz empfunden.
5	ein Wochenende	
3	Zähneputzen	
4	ein Schultag	
7	einmal niesen	
2	eine große Pause	

Fehler, die auf ein nicht verstandenes Aufgabenformat schließen lassen:

1 Zähne 5 ein Sc 1 einma	I niesen	Das Aufgabenformat "Nummeriere" ist nicht bekannt. Es wurde nur zwischen "kurz" und "lang" unterschieden.
2 Zähne 2 ein Sc	ochenende eputzen chultag il niesen roße Pause	Der Arbeitsauftrag wird nur teilweise gelesen: Es wurde nur nummeriert.
Zähne ein Sc	ochenende eputzen shultag Il niesen roße Pause	Der Arbeitsauftrag wird nur teilweise gelesen: Nur die kürzeste Handlung wurde gewählt.

#### Anregungen für den Unterricht

#### Unterscheidung von Zeitpunkt und Zeitdauer

Im Gegensatz zu anderen Größenbereichen sind die Messinstrumente für Zeit nicht fortlaufend skaliert. So kann anhand der meisten analogen Uhren nicht direkt abgelesen werden, ob es 1:00 Uhr oder 13:00 Uhr ist und Zeitspannen von über 60 Minuten sind nur im Zusammenspiel von Minuten- und Stundenzeigern ablesbar und darstellbar. Zudem gibt es bei Uhren keinen "Nullpunkt", ab dem man Zeitspannen unabhängig von ihrer Anfangszeit messen könnte (Ausnahmen sind hier Stoppuhren).

Zeitspannen (Zeitdauerberechnung) müssen daher aus einer abgelesenen Anfangs- und einer abgelesenen Endzeit, also aus zwei Zeitpunkten berechnet werden. Die Kinder müssen dann sicher unterscheiden, dass die Zeitpunkte als Uhrzeit dargestellt werden und eine Zeitdauer z. B. in Stunden und Minuten angegeben wird. Der Zusammenhang zwischen Zeitpunkten und Zeitdauer wird deutlich bei der Erarbeitung von Begriffstripeln:

Zeitpunkt 1 → Zeitdauer → Zeitpunkt 2

alternativ:

Anfang/Anfangszeit → Zeitspanne → Ende/Endzeit

Das Begriffstripel ist Ausgangspunkt vielfältiger Übungen, bei denen insbesondere an Vorerfahrungen angeknüpft wird und die Umwelt und Alltagssituationen der Kinder einbezogen werden.

Die Uhr kann zum Erfassen von Zeitspannen genutzt werden, indem eine Uhrzeit beim Start einer Zeitspanne erfasst wird und dann am Ende der Spanne durch ein erneutes Ablesen die Dauer bestimmt werden kann. Zum Beispiel beginnt Suse ihre Hausaufgaben um 14:10 Uhr (Blick auf die Uhr) und ein erneuter Blick zeigt ihr, dass es 14:55 Uhr ist. Sie hat also die Uhr im Sinne einer Zeitmessung ähnlich der Stoppuhr verwendet. Analog kann der Kalender verwendet werden, um Zeitspannen (Ferien) zu verdeutlichen und sich in der angegebenen Zeitspanne zu orientieren.

#### Berechnung von Zeitpunkten und Zeitdauer

Die Schülerinnen und Schüler berichten über Beginn, Dauer und Ende für sie wichtiger Ereignisse. Wichtig für die Bewältigung von Sachsituationen ist ein Bewusstmachen sprachlicher Variationen aus dem Wortschatz der Kinder, die Zeitpunkte und Zeitdauer umschreiben:

- So lange dauert mein Fußballtraining, so lange dauert eine Unterrichtsstunde, meine Lieblingssendung dauert..., bis zu meinem Geburtstag sind es noch ...,die große Pause beginnt um ... und endet ..., der Unterricht beginnt um ... und endet..., um ... kommt meine Freundin zum Spielen, sie bleibt bis...
- Die Berechnung von Zeitspannen aus ihrer Alltagswelt hilft den Kindern Stützpunktvorstellungen zu Zeitspannen aufzubauen.

Tabellarische Darstellungen sind gute Möglichkeiten zum Festhalten von Zeitpunkten und Zeitspannen, z. B.

Berechnung von Zeitpunkten und Zeitdauer

Ereignis	Anfang	Dauer	Ende
Fußballtraining	16:30 Uhr	1h 30 min	18:00 Uhr
Sendung mit der Maus			

Analog dazu können Entdeckungen in der Umwelt dazu führen, Zeitspannen zu berechnen. Die Kinder fotografieren beispielsweise Plakate mit Öffnungszeiten von Schwimmbädern, Museen, Geschäften, Arztpraxen, ... und berechnen die jeweiligen Öffnungszeiten. Dabei ergeben sich interessante Fragestellungen, die zum Vertiefen der Sachsituation anregen (→ Argumentieren, Kommunizieren, Modellieren), z. B. Das Schwimmbad schließt um 19:00 Uhr. Ich bezahle 4 € und darf dafür 2 Stunden bleiben. Mein Freund und ich treffen uns um 17:45 Uhr vor dem Eingang.

Zum Bestimmen von Zeitpunkten und Zeitdauern können 3 Aufgabentypen unterschieden werden:

- Aufgaben, bei denen die Endzeit gesucht wird
- Aufgaben, bei denen die Anfangszeit gesucht wird
- Aufgaben bei denen die Dauer gesucht

Zu allen 3 Aufgabentypen können die Kinder aus ihren Entdeckungen in der Umwelt eine Sachrechenkartei erstellen.

Beispiel: Ich gehe immer mittwochs zum Fußballtraining, es dauert 1 h 30 min. Um 18:30 Uhr bin ich wieder zu Hause. Wann beginnt das Training? Die von den Kindern erstellten Aufgaben können dann zudem zur kritischen Auseinandersetzung mit der Sachsituation anregen (→ Argumentieren, Kommunizieren, Modellieren). Für das vorliegende Beispiel könnte die Frage gestellt werden: Ist es möglich, den Beginn des Trainings zu bestimmen, wenn ich nicht weiß, wie lange der Nachhauseweg dauert? Welche zusätzlichen Informationen brauche ich noch?

Der Schwierigkeitsgrad der Zeitberechnungen ist unterschiedlich. Es gibt:

- 1. Zeitberechnungen zu vollen Stunden z. B. Heike besucht ihre Freundin von 14:00 Uhr bis 15:00 Uhr.
- Zeitberechnungen unter einer Stunde, die Stunde wird nicht überschritten z. B. ich habe mit den Hausaufgaben um 14:15 Uhr begonnen und war um 14:55 Uhr fertig.
- 3. Zeitberechnungen unter einer Stunde, die Stunde wird überschritten z. B. Die Kindersendung beginnt um 17:20 Uhr und endet um 18:15 Uhr.
- 4. Zeitberechnungen, die mehrere Stunden/Tage überschreiten z. B. Das Flugzeug startet um 15:30 Uhr und landet um 19:20 Uhr. Oder: Ich besuche Oma von Freitag 17 Uhr bis Sonntag um 10 Uhr.

Die Schülerinnen und Schüler sortieren Aufgaben zu den einzelnen Kategorien. In Reflexionsphasen beurteilen sie ihren Leistungsstand und setzen sich Zielsetzungen für die Weiterarbeit, z. B. Aufgaben zu 1., 2. und 3. kann ich gut lösen, ich suche mir Aufgaben, bei denen die Zeitdauer mehrere Stunden/Tage überschreitet.

Anwendung von Rechenstrategien bei der Berechnung von Zeitspannen

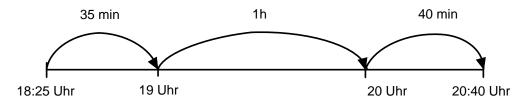
Anwendung von Rechenstrategien bei der Berechnung von Zeitspannen Bei der Berechnung der Zeitspannen wenden die Schülerinnen und Schüler unterschiedliche Rechenstrategien an, die zu Diskussionen anregen (→ Argumentieren, Kommunizieren). Die Zeitspannen werden am unskalierten Zeitstrahl veranschaulicht und berechnet.

#### Beispiel Aufgabe 29 in Testheft A2:

18:25 Uhr → 35 min + 1 h + 40 min → 20:40 Uhr

18:25 Uhr → 15 min + 2 h → 20:40 Uhr





Bei den Berechnungen von Zeitspannen und Zeitpunkten können die Schülerinnen und Schüler auch Modelluhren verwenden bzw. auf Blankouhren die einzelnen Zwischenschritte einzeichnen.

#### Entwicklung von Stützpunktvorstellungen zu Zeitspannen

Vorstellungen zu Größen basieren auf konkreten Handlungserfahrungen, die dann zu individuellen Vorstellungen ausgebaut werden. "Diese Vorstellungen müssen inhaltsreich und bildlich fassbar sowie zugleich auch vage und unpräzise sein, um flexibel in Beziehung zu anderen Vorstellungen sowie zu realen Gegebenheiten gesetzt werden zu können." (Franke et al. 2010, S. 94).

Für den Größenbereich Zeit bedeutet dies zum einen die Entwicklung von Vorstellungen, sogenannten Stützpunktvorstellungen, welche Tätigkeiten, Ereignisse in einer Sekunde, einer Minute, ... möglich sind. Zum anderen auch die verinnerlichte Darstellung der Messinstrumente Uhren und Kalender.

#### Subjektives Zeitempfinden

Subjektives Zeitempfinden

Entwicklung von

Zeitspannen

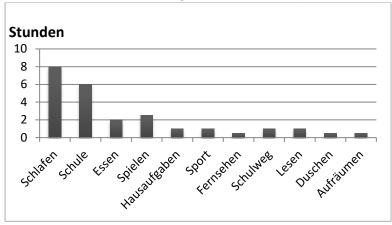
Stützpunktvorstellungen zu

Die Tatsache, dass das Zeitempfinden subjektiv ist, bietet im Unterricht vielfältige Möglichkeiten des Austausches (→ Argumentieren und Kommunizieren)

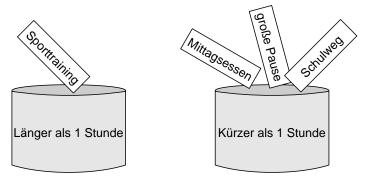
Gesprächsanlass könnte folgende Tabelle sein.

	Ich habe das Gefühl:	Ich habe das Gefühl:
Kreuze an.	Die Zeit vergeht schnell.	Die Zeit vergeht langsam.
Schlafen		
Auf dem Spielplatz spielen		
Einen Film gucken		
Hausaufgaben machen		
Vorgelesen bekommen		

 Wo bleibt meine Zeit? Die Kinder notieren, wie viel Zeit bestimmte Tätigkeiten des Tages in Anspruch nehmen. Im Säulendiagramm lassen sich unter Umständen mehrere auch kürzere Tätigkeiten abbilden. (→ Darstellen)



 Die Kinder messen T\u00e4tigkeiten, die sie ausf\u00fchren, z. B. Mittagessen, Schulweg oder eine Fernsehserie anzusehen, und ordnen diese. Was dauert etwa gleich lange? Was dauert l\u00e4nger oder k\u00fcrzer als eine Stunde?

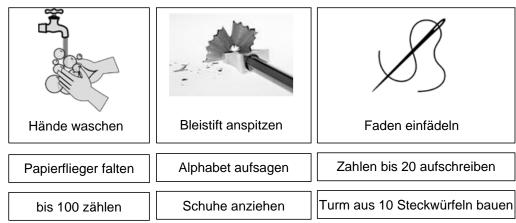


Dauer von Handlungsabläufen untersuchen und einschätzen

#### Dauer von Handlungsabläufen untersuchen und einschätzen

Um auch im Größenbereich Zeit Stützpunktvorstellungen aufbauen zu können, brauchen Kinder die Verknüpfung von Zeitspannen und Handlungen, die in dieser Zeit stattfinden können. Dazu eignen sich Tätigkeiten, die den Schülerinnen und Schülern vertraut sind oder die in der Schule reproduzierbar sind.

 Der direkte Vergleich kann erfolgen, wenn die Handlungen zeitgleich von zwei Kindern durchgeführt werden. Die Kinder führen dazu verschiedene Tätigkeiten aus, starten zur selben Zeit und überprüfen, was länger dauert. Im Unterricht können Lose gezogen werden, mögliche Handlungen können als Bild oder Textkarte dargeboten werden. Nach einigen Wiederholungen sollen die Kinder im Vorfeld einschätzen, welche Tätigkeit länger dauern wird oder die Tätigkeiten nach der Dauer ordnen.



 Um Handlungen, die nicht zeitgleich ausgeführt werden, einzuschätzen, greifen die Schülerinnen und Schüler auf ihre Erfahrungen zurück. Auch hier bietet sich an, über die Dauer zu sprechen, z. B. ein Haus zu zeichnen, kann unterschiedlich lange dauern (→ Argumentieren und Kommunizieren).

Unterstreiche, was länger dauert.

Schuhe anziehen	ODER	Haare waschen
Eine Schulhofpause	ODER	Einmal Sportunterricht in der Schule
10 Sätze abschreiben	ODER	Ein Haus zeichnen
Einmal den Ball werfen	ODER	Ein Eis essen

 Eine weitere Möglichkeit zur Darstellung von vergangener Zeit bieten "Vorher-Nachher"-Bilder, sie ermöglichen die Veranschaulichung ganz kurzer Zeitspannen (Kerze brennt -Kerze wurde ausgepustet) aber auch langer Zeitspannen (Baum mit Laub – kahler Baum). Schätzen und messen

#### Schätzen und messen

Wie lange brauchst du	geschätzt	gemessen
für deinen Schulweg?		
für deine Hausaufgaben?		
um bis 100 zu zählen?		
zum Zähneputzen?		

- In Gruppen suchen die Kinder Übungen, die eine Minute dauern und notieren diese. Andere Gruppen können die Übungen ausprobieren und überprüfen.
- Eine weiterführende Fragestellung könnte sein, ob bei doppelter Zeit doppelt so viele Übungen geschafft werden. Es könnte zum Ende mit den Kindern besprochen werden, warum vielleicht bei verlängerter Zeit die Anzahl der Übungen nicht proportional steigt. (→ Argumentieren und Kommunizieren)

Was kannst du in dieser Zeit schaffen?

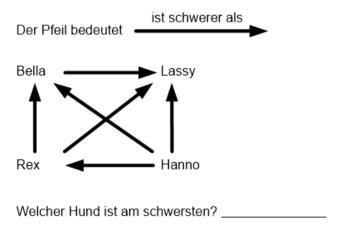
Schreibe auf:

In 10 Sekunden kann ich \_\_\_\_\_\_
In 1 Minute kann ich \_\_\_\_\_
In 20 Minuten kann ich \_\_\_\_\_

Größenbereich Gewichte

#### 4.4 Größenbereich Gewichte

#### Aufgabe 34 in Testheft B2



### Auswertung

RICHTIG	Hanno
---------	-------

### Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Verallgemeinern und Reflektieren (III)
Kompetenzstufe Global	IV
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Größen vergleichen, messen und schätzen (4.1.b); aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen (5.1.b)

# Aufgabe 32 in Testheft B2

Ergänze die fehlende Einheit.

1 kg = 1000 \_\_\_\_\_

### Auswertung

1 kg = 1000 <u>g ODER Gramm</u>	
---------------------------------	--

Anforderungsbereich	Reproduzieren (I)
Kompetenzstufe Global	II
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	Grundlegende Fertigkeiten (0)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln) (4.1.d)

### Aufgabe 27 in Testheft B2

Welche Maßeinheit ist üblich? Kreuze an.

	g	kg
Radiergummi		
Pferd		
Schulkind		
Bonbon		
Waschmaschine		

### Auswertung

		g	kg
	Radiergummi	lacktriangle	
RICHTIG	Pferd		lacksquare
RICHTIG	Schulkind		$\boxtimes$
	Bonbon	$\overline{\mathbf{X}}$	
	Waschmaschine		$\boxtimes$

### Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe Global	I
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden (2.2)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	mit geeigneten Einheiten und unterschiedlichen Messgeräten sachgerecht messen (4.2.a)

### Aufgabe 29 in Testheft C2

Setze ein: < oder > oder =

### Teilaufgabe a)

a) 1 kg 1000 g

### Auswertung

RICHTIG	=	
---------	---	--

### Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Reproduzieren (I)
Kompetenzstufe Global	
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden (2.2)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Größen vergleichen, messen und schätzen (4.1.b)

# Teilaufgabe b)

### Auswertung

RICHTIG	=				
---------	---	--	--	--	--

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)		
Kompetenzstufe Global	II		
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden (2.2)		
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Größen vergleichen, messen und schätzen (4.1.b)		

### Aufgabe 36 in Testheft C2

Der Pfeil bedeutet

Bella

Lassy

Rex

Hanno

Ordne die Hunde den Gewichtsangaben zu.

32 kg \_\_\_\_\_

30 kg \_\_\_\_\_

28 kg \_\_\_\_\_

26 kg \_\_\_\_\_

#### Auswertung

RICHTIG

1. Zeile: Hanno
2. Zeile: Lassy
3. Zeile: Bella
4. Zeile: Rex

Anforderungsbereich	Verallgemeinern und Reflektieren (III)	
Kompetenzstufe Global	IV	
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)	
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Größen vergleichen, messen und schätzen (4.1.b); aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen (5.1.b)	

#### Aufgabenbezogener Kommentar

	Größen-	Kenntnis von	Messen	Rechnen	Verständnis
	vorstellung	Standardrepräsentanten			für Einheiten,
					Umwandeln
Aufgabe					Х
32 in					
Testheft					
B2					
Aufgabe					х
29a in					
Testheft					
C2					
Aufgabe				Х	Х
29b in					
Testheft					
C2					
Aufgabe	Х				Х
27 in					
Testheft					
C2 und					
B2					
Aufgabe	Х				
34 in					
Testheft					
B2					
Aufgabe	Х				
36 in					
Testheft					
C2					

Tabelle 4: Aspekte in den Aufgaben aus Größen und Messen

Ergänzend zu den in der Tabelle in Bezug auf den Größenbereich "Gewichte" aufgeführten Aspekten, werden in den vorliegenden Aufgaben weitere Fähigkeiten aus anderen Bereichen benötigt:

<u>Aufgabe 29a/b in Testheft C2:</u> Neben der richtigen Umwandlung der Einheiten ist hier insbesondere die Kenntnis und sichere Anwendung der Relationszeichen <, >, = von Bedeutung.

<u>Aufgabe 29b in Testheft C2</u>: Arithmetische Fähigkeiten (Kompetenzbereich: Zahlen und Operationen) werden zur Lösung benötigt – wenngleich im niedrigen Schwierigkeitsbereich.

Aufgabe 34 in Testheft B2 und Aufgabe 36 in Testheft C2: Die richtige Entnahme von Daten aus einem Schaubild (Kompetenzbereich: Daten, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit) ist hier von zentraler Bedeutung. Die dargestellte Ordnungsrelation muss verstanden, interpretiert und in Aufgabe 36 in Testheft C2 in Verbindung mit den gegebenen Gewichtsangaben gebracht werden. Die Anwendung von Strategien ist hier nahezu unerlässlich. Diese

Strategien können auch bereits anhand ähnlicher oder gleicher Relationsdarstellungen aus anderen Größenbereichen oder im arithmetischen Kontext erworben worden sein.

#### Mögliche Schwierigkeiten

#### Aufgabe 32 in Testheft B2

1 kg = 1000 1 kg = 1000 1 kg = 1000	Das Verwechseln mit Maßeinheiten anderer Größen führt hier zum falschen Ergebnis. Insbesondere wenn im Unterricht gerade eine andere Größe mit der Umrechnungszahl 1000 behandelt wurde (1 I = 1000 ml / 1 km = 1000 m), kann dies zu einem "automatischen" Eintragen der aktuell geläufigeren Einheit führen.
1 kg = 1000 <u>mg</u>	Unsicherheiten in der Kenntnis der Umrechnungszahlen bzw. der Abfolge der Stufen (Verfeinerung).

#### Aufgabe 29 in Testheft C2

- Ist der Zusammenhang zwischen 1 kg und 1000 g nicht bekannt, kann die Aufgabe nicht gelöst werden.
- Unsicherheiten bei der Verwendung der Zeichen =, > und < können in Teilaufgabe b) trotz ggf. korrekter Rechnung zu einem falschen Ergebnis führen.

#### Aufgabe 27 in B2/C2

- Insbesondere im Bereich "Gewichte" stellt die Größenvorstellung für die Schülerinnen und Schüler oft eine besondere Herausforderung dar, da diese im täglichen Umgang eher selten Anwendung findet. Fehlt diese Vorstellung, kann es hier zur falschen Zuordnung der passenden Maßeinheit führen.
- Auch eine bestehende Unsicherheit bzgl. der Maßeinheiten g und kg kann zu Fehlern führen. Ein grundsätzliches Verwechseln der beiden Einheiten wäre z. B. anhand einer durchgängigen Falschlösung erkennbar.
- Ist einem Kind eines der benannten Objekte nicht bekannt (evtl. bei sprachlichen Schwierigkeiten), würde auch dies zur fehlerhaften Bearbeitung führen können.

#### Aufgaben 34 in Testheft B2 und 36 in Testheft C2

 Hat ein Kind Schwierigkeiten, die durch das Pfeildiagramm dargestellte transitive Ordnungsrelation zu verstehen, ist die korrekte Lösung - insbesondere bei <u>Aufgabe 36 in Testheft C2</u> kaum möglich. In <u>Aufgabe 34 in Testheft B2</u> könnte "Hanno" jedoch allein durch das Erfassen der von ihm ausgehenden drei Pfeile zu jedem anderen Hund dennoch als Lösung identifiziert werden.

 Ist das sprachliche und inhaltliche Verstehen der Pfeilbedeutung "ist schwerer als" nicht gegeben, kann die Frageformulierung in <u>Teilaufgabe 34 in Testheft B2</u> "... ist am schwersten" nicht mit dem Pfeilbild in Verbindung gebracht werden. In <u>Teilaufgabe 36</u> <u>in C2</u> wäre in diesem Fall die Zuordnung zu den Gewichtsangaben nicht möglich.

32 kg Rex 30 kg Bella 28 kg Lass 26 kg Hanno	Werden die Pfeile "ist schwerer als" in umgekehrter Richtung interpretiert, ergibt sich eine dementsprechende genaue Umkehr der korrekten Reihenfolge.
Ordne die Hunde den Gewichtsangaben zu.  32 kg	Die Aufgabenstellung kann als Aufforderung zur Anwendung sachkundlichen Wissens fehlinterpretiert werden.
Ordne die Hunde den Gewichtsangaben zu.  32 kg	Bei Verständnisschwierigkeiten oder oberflächlichem Lesen der Aufgabenstellung können ebenfalls Fehlinterpretationen entstehen: "Ordne die Hunderter" "Ordne die Gewichtsangaben"

#### Anregungen für den Unterricht

#### Entwicklung von Größenvorstellungen

Ein wichtiges Ziel bei der Behandlung des Größenbereichs "Gewicht" ist der Umgang mit der Größe in Sachsituationen sowie die Entwicklung von Größenvorstellungen.

Durch zahlreiche Aktivitäten des Schätzens und Messens (Wiegen) sollen den Schülerinnen und Schülern Handlungserfahrungen ermöglicht werden. Übungen zum Vergleichen von Gegenständen bezüglich des Gewichts können helfen, Vorstellungen zu entwickeln und Stützpunktwissen aufzubauen.

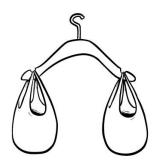
Die Vorkenntnisse und Erfahrungen der Kinder zu Gewichten z. B. beim Einkaufen, Kochen und Backen oder anderen Freizeitbeschäftigungen oder Interessen sollten bewusst aufgegriffen werden.

Übungen zur Entwicklung von Vorstellungen zum Gewicht:

- Erst schätzen, dann messen.
- Messen mit verschiedenen Messgeräten (Waagen).
- Vergleichen von Gegenständen und Herstellen von Beziehungen

Entwicklung von Größenvorstellungen ("ist leichter als", "ist schwerer als", "ist genau so schwer wie" oder "ist gleich schwer wie").

Um die Vorstellung zu Gewichten zu fördern, ist der Einsatz von Balken- oder Tafelwaagen besonders geeignet. Im Unterricht kann auch eine "Kleiderbügelwaage" das Prinzip des Vergleichs zweier Repräsentanten nachstellen. Der Unterschied oder die Gleichheit des jeweiligen Gewichts zweier Gegenstände kann direkt abgelesen bzw. das Gewicht mit standardisierten Einheitsgewichten ermittelt werden.



Die Messergebnisse können auf verschiedene Weise festgehalten (→ Darstellen) und anschließend verglichen werden. Auf diese Weise können Beziehungen zwischen den Messergebnissen hergestellt werden (ist schwerer als, ist genauso schwer wie, wiegt doppelt so viel wie, ...).

Vergleich verschiedener Gegenstände

#### Vergleich verschiedener Gegenstände

Beispiel: **B**all, **K**üchenrolle, **T**asse, **S**parschwein (oder Teile aus dem Federmäppchen)

#### Darstellung der Vergleiche durch Nummerieren

- 1. Sparschwein
- 2. Tasse
- 3. Ball
- 4. Küchenrolle

oder 1. Sparschwein, 2. Tasse, 3. Ball, 4. Küchenrolle

Darstellung der Vergleiche in einer Tabelle

#### Darstellung der Vergleiche in einer Tabelle

am schwersten	leichter	leichter	am leichtesten
Sparschwein	Tasse	Ball	Küchenrolle

Von schwer nach leicht		ist schwerer a	
Sparschwein	Tasse	Ball	Küchenrolle
1.	2.	3.	4.
Sparschwein	Tasse	Ball	Küchenrolle

#### Darstellung der Vergleiche mit Relationszeichen ">", "<" oder "="

Sparschwein > Tasse > Ball > Küchenrolle

#### Darstellung der Vergleiche als lineares Pfeilbild

Um das Verständnis der Pfeildarstellung zu fördern, können die Kinder zuerst nur zwei Gegenstände miteinander vergleichen. Dazu nimmt jedes Kind einen Gegenstand in die Hand und zeigt die Beziehung seines Gegenstandes mit dem Finger ☞ der anderen Hand bezüglich eines anderen Gegenstandes. (→ Kommunizieren)

"Mein Gegenstand (Tasse) ist schwerer @ als dein Gegenstand (Ball)."

"Mein Gegenstand (Sparschwein) ist schwerer  $\@modelne{=}$  als dein Gegenstand (Tasse)."

Im Anschluss werden die Gegenstände nach dem Gewicht geordnet. Die Schülerinnen und Schüler müssen erkennen, dass am Pfeilanfang jeweils der schwerere und an der Pfeilspitze der leichtere Gegenstand angegeben ist. Daraus kann so eine lineare Darstellung entstehen.



Um die Beziehungen der Gegenstände bezüglich des Gewichts und deren Darstellung in einem Pfeilbild verständlich zu unterstützen, ist es hilfreich, wenn im Vorfeld gleichartige Gegenstände in unterschiedlicher Menge betrachtet ("ist/sind mehr als" z. B. bei Steckwürfeltürmen, Plättchen, Stifte oder Murmeln) sowie Beispiele aus geläufigeren Größenbereichen wie Längen ("ist kürzer als" oder ähnliches) im Unterricht in einer Lerneinheit bearbeitet wurden.





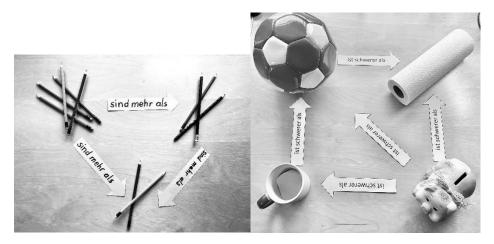
#### Darstellung der Vergleiche als komplexes Pfeilbild

Aus den Vorübungen zur Pfeildarstellung kann die komplexe Darstellung der Beziehungen aller Gegenstände zueinander entstehen (→ Problemlösen, Darstellen) oder interpretiert werden. Dazu kann das lineare Pfeilbild zu einem Streckenzug umgelegt werden, mit jeweils dem Pfeilanfang beim schwereren Gegenstand. Anschließend kann die transitive Ordnungsrelation zwischen allen Gegenständen durch Vergleichen hergestellt werden, so dass auch innere Pfeile entstehen.

Darstellung der Vergleiche mit Relationszeichen ">", "<" oder "="

Darstellung der Vergleiche als lineares Pfeilbild

Darstellung der Vergleiche als komplexes Pfeilbild



Eine Differenzierung dieser Aufgaben wird durch die Anzahl und Art der zu vergleichenden Gegenstände sowie die Darstellungsart erreicht.

Umwandeln von Gewichten

#### **Umwandeln von Gewichten**

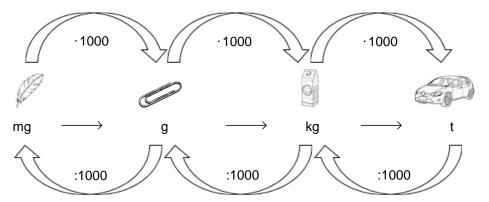
Für das Umwandeln von Gewichten und den Umgang mit den gängigen Einheiten ist eine Größenvorstellung (s. o.) hilfreich, wenngleich nicht zwingend notwendig.

Im Fall von Gewichten spielt der Umrechnungsfaktor 1000 eine zentrale Rolle.

- Haptisches Erfassen der sehr unterschiedlichen Gewichte 1 Gramm 1000 Gramm:
  - Damit die Handlichkeit/Unhandlichkeit des Gegenstands keinen Einfluss auf die Wahrnehmung des Gewichtes hat, streckt das Kind beide Handflächen geöffnet nach vorn. Auf jede wird ein Repräsentant gelegt (z. B. eine Büroklammer, die ungefähr 1 g wiegt und eine 1 kg schwere Packung Zucker). Auf diese Weise kann zwar nicht der Umrechnungsfaktor 1000 wahrgenommen oder abgeleitet werden, wohl aber der sehr große Gewichtsunterschied thematisiert werden. So kann zumindest der wahrgenommene Unterschied zwischen der Einheit Gramm und der Einheit Kilogramm diskutiert werden.
- Förderung des Verstehens der Bündelung mit dem Faktor 1000 (griechisches Wort für 1000 = "Kilo") zur nächstgrößeren (gebräuchlichen) Einheit: "1 Kilo-Gramm" = 1000 g:
  - Abzählen und Umfüllen in ein Gefäß von 1000 Erbsen oder 1000 Büroklammern in Gruppenarbeit (z. B. zu je 100), um eine Vorstellung für diese große Menge an sich zu fördern.
  - Als Beispiel für den Größenbereich Gewicht: Wie viel wiegt eine Erbse?
     Wie viele Erbsen brauchen wir für ein kg?
  - Ergänzend kann aber auch die gleichartige und i.d.R. bereits besser bekannte Bündelung (1 Kilo-Meter = 1000 m) herangezogen werden, um die sprachliche Bedeutung von Kilo hervorzuheben.
- Hinführung zur Umwandlung von g zu kg:
  - Es eignet sich die Veranschaulichung mithilfe einer Balkenwaage, z. B.
     10 x 100 g-Gewichte auf einer Waagschale, ein 1 kg-Gewicht auf der anderen o. ä. ...

Die in der Primarstufe üblicherweise verwendeten Einheiten g und kg lassen sich gut mit Standardrepräsentanten und dem Umrechnungsfaktor 1000 als

gemeinsam entwickeltes Merkplakat für die Klassenwand gestalten – als Ausblick und Differenzierung u.U. auch mg und t  $(\rightarrow$  Darstellen, Kommunizieren).

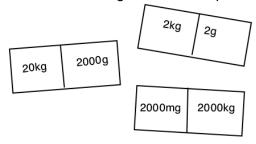


Diese Übersicht kann als Gesprächsanlass dienen, z. B. "Ein Kleinwagen ist so schwer wie 1000 Milchpackungen" usw. (→ Kommunizieren).

Zum Üben des Umwandelns bieten sich Bildpaare an, bei denen Gewichte in unterschiedlich angegebenen Einheiten gefunden werden müssen (2000 g und 2 kg).

Möglichkeiten zur Differenzierung:

• Zur Sicherung kann ein entsprechendes Dominospiel eingesetzt werden.



- Für leistungsstärkere Kinder wäre hier bereits ein Ausblick auf die Kommaschreibweise denkbar (0,2 kg und 200 g). Auch Wendekärtchen zum selbstständigen Üben, bei denen auf der einen Seite das Gewicht in g, auf der anderen in kg angegeben sind (o. ä.) eignen sich gut.
- Eigenproduktion weiterer Kärtchen je nach Leistungsvermögen.

#### Größenbereich Rauminhalte

#### 4.5 Größenbereich Rauminhalte

#### Aufgabe 35 in Testheft C2

Jannis mischt Fruchtsäfte.	Wie viel Saft hat er in seinem Krug? Kreuze an.
<ul> <li>1/4 Liter Kirschsaft</li> <li>1/4 Liter Orangensaft</li> <li>1/2 Liter Apfelsaft</li> </ul>	<ul> <li>□ 1 Liter</li> <li>□ 2 Liter</li> <li>□ 1/2 Liter</li> <li>□ 10 Liter</li> </ul>
Auswertung	
RICHTIG Nur das 1. Kästche	en wurde angekreuzt.

#### Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe Global	V
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	im Alltag gebräuchliche einfache Bruchzahlen im Zusammenhang mit Größen kennen und verstehen (4.1.e)

#### Aufgabenbezogener Kommentar

Bei der Lösung dieser Aufgabe müssen die Schülerinnen und Schüler unter anderem

- Brüche als Anteile eines Ganzen verstehen und mit dem Ganzen in Beziehung setzen und
- wissen, dass ¼ und ¼ zusammen ½ ergeben und dass ½ und ½ ein Ganzes sind.

Darüber hinaus könnten sie erkennen, dass sie den Distraktor ½ Liter ausschließen können, da bereits 1/2 Liter Apfelsaft vorhanden ist, der mit anderen Fruchtsäften gemischt wird.

### Mögliche Schwierigkeiten

#### Aufgabe 35 in Testheft C2

Es ist möglich, dass in einzelnen Bundesländern die Hohlmaße Liter und Milliliter zum Zeitpunkt der Durchführung der KERMIT-Testung noch nicht unterrichtlich behandelt wurden. Für die Bearbeitung dieser Aufgabe ist dies jedoch nicht erforderlich.

Die Schülerinnen und Schüler kennen die Bruchzahlen ¼ (der vierte Teil) und ½ (die Hälfte) aus den Größenbereichen Zeit und Längen.

Sie wissen, dass

- vier Viertelstunden (¼ h) eine ganze (volle) Stunde ergeben
- zwei halbe Stunden (½ h) eine ganze (volle) Stunde ergeben
- zwei Viertel- (¼ h) und eine halbe Stunde (½ h) eine ganze (volle) Stunde ergeben.

Analog dazu haben sie im Bereich Längen Erkenntnisse zur Aufteilung der Maßeinheit 1 m in ¼ m und ½ m gewonnen.

Durch Übertragung dieser Erkenntnisse kann diese Aufgabe gelöst werden. Kenntnisse und Vorstellungen über die Maßeinheit Liter und ein Rechnen mit Bruchzahlen sind nicht zwingend erforderlich.

Das Lösen der Aufgabe bereitet insbesondere den Schülerinnen und Schülern Schwierigkeiten, die keine Vorstellung bzw. Repräsentanten für ½ und ¼ in verschiedenen Größenbereichen haben und so keine Beziehung zu einem Ganzen herstellen können.

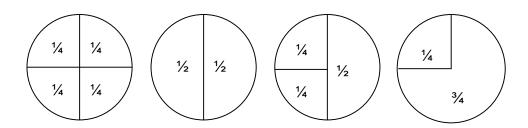
#### Anregungen zum Unterricht

Aufgrund der Anforderungen, die diese Aufgabe an die Schülerinnen und Schüler stellt, steht im Folgenden nicht die unterrichtliche Behandlung der Hohlmaße thematisch im Fokus, sondern der Umgang mit einfachen Brüchen im Zusammenhang mit Größen im Allgemeinen.

Zunächst gilt es, die Alltagserfahrungen der Schülerinnen und Schüler bezüglich der Maßeinheiten ¼, ½ und ¾ aufzugreifen. Problematisch erweist sich dabei jedoch zunehmend, dass immer weniger Kinder über Erfahrungen dazu verfügen. Umso wichtiger ist es deshalb, diese gezielt in den Fokus zu stellen, z. B.

- Die Fernsehsendung dauert eine halbe Stunde.
- Ein Schritt ist bei einem Kind ungefähr ein Viertel-Meter lang, bei einem Erwachsenen einen halben Meter.
- Ich trinke einen halben Liter Wasser.
- In ein normales Trinkglas passt ein Viertel Liter Limonade.

Durch unterschiedliche Aktivitäten erfassen die Kinder den Bruchbegriff als Teil eines Ganzen und erkennen Beziehungen zwischen den Brüchen. Beispiel Uhr:



### Beispiel Meter:

Die Schülerinnen und Schüler führen die konkrete Handlung aus. Sie falten ein 1 Meter langes Papiermaßband in 2 gleich lange Teile, in 4 gleich lange Teile, ... und erfahren so konkret, wie lang ½ m, ½ m bzw. ¾ m sind.

Die dabei gewonnenen Erkenntnisse übertragen und wenden sie an, indem sie ein Blatt Papier durch Falten in Teile zerlegen bzw. die verschiedenen Möglichkeiten auf einem Plakat sammeln.

	1 m										
1⁄4 m	¼ m ¼ m ¼ m										
1/2	m	1/2	m								
	¾ m		1⁄4 m								
1⁄4 m	½ m ½ m										

#### 5. Literaturverzeichnis

- Blum, W. (2006). Die Bildungsstandards Mathematik. Einführung. In W. Blum, C. Drüke-Noe, R. Hartung & O. Köller (Hrsg.), *Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sekundarstufe I: Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen* (S. 14-32); Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor.
- Franke, M. & Ruwisch, S. (2010). *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule*. Spektrum Akademischer Verlag.
- Helmke, A. (2006). Was wissen wir über guten Unterricht? Pädagogik, 2, 42-45.
- Hirt, U. & Wälti, B. (2008). Lernumgebungen im Mathematikunterricht. Natürliche Differenzierung für Rechenschwache bis Hochbegabte. Hannover: Friedrich Verlag.
- Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (2013). Kompetenzstufenmodell zu den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4) in der Fassung vom 11.02.2013. (https://www.iqb.hu-berlin.de/bista/ksm)
- KMK (2005). Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4). Beschluss vom 15.10.2004. (<a href="https://www.iqb.hu-berlin.de/bista/subject">https://www.kmk.org/de/themen/qualitaetssicherung-in-schulen/bildungsstandards.html</a>)
- Radatz, H. & Schipper, W. (Hrsg.) (1998). *Handbuch für den Mathematikunterricht*. Band 2: 2. Schuljahr. Hannover: Schroedel.
- Reiss, K. & Winkelmann, H. (2008). Step by step. Ein Kompetenzstufenmodell für das Fach Mathematik. *Grundschule*, *40* (10), 34-37.
- Reiss, K. & Winkelmann, H. (2009). Kompetenzstufenmodelle für das Fach Mathematik im Primarbereich. In D. Granzer, O. Köller, A. Bremerich-Vos, M. van den Heuvel-Panhuizen, K. Reiss & G. Walther (Hrsg.), Bildungsstandards Deutsch und Mathematik. Leistungsmessung in der Grundschule (S. 120-141). Weinheim: Beltz.
- Reiss, K., Roppelt, A., Haag, N., Pant, H. A. & Köller, O. (2012). Kompetenzstufenmodelle im Fach Mathematik. In P. Stanat, H. A. Pant, K. Böhme & D. Richter (Hrsg.), *Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern am Ende der vierten Jahrgangsstufe in den Fächern Deutsch und Mathematik* (S. 72-84). Münster: Waxmann.
- Walther, G., van den Heuvel-Panhuizen, M., Granzer, D. & Köller, O. (2012). *Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret*. Berlin: Cornelsen Verlag.
- Winkelmann, H. & Robitzsch, A. (2009). Modelle mathematischer Kompetenzen: Empirische Befunde zur Dimensionalität. In D. Granzer, O. Köller, A. Bremerich-Vos, M. van den Heuvel-Panhuizen, K. Reiss & G. Walther (Hrsg.), *Bildungsstandards Deutsch und Mathematik. Leistungsmessung in der Grundschule* (S. 169-196). Weinheim: Beltz.

# 6. Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1. Kompetenzstufenmodell für das Fach Mathematik in der Grundschule. IC	QB, 2013, S. 206
Abbildung 2. Globales Kompetenzstufenmodell und illustrierende Aufgaben, siehe S. 1	14 des Kompetenzstufenmodells
in der Fassung vom 11.02.2013 unter https://www.iqb.hu-berlin.de/bista/ksm.de	7
Abbildung 3. Aufgabe "Maßeinheiten einsetzen", VERA-3 Mathematik 2013	8
Abbildung 4. Aufgabe "Fahrplan Schulbus", VERA-3 Mathematik 2013	9
Abbildung 5. Aufgabe "Weitsprung", VERA-3 Mathematik 2013	10
7. Tabellenverzeichnis	
Tabelle 1: Aspekte in den Aufgaben aus Größen und Messen	22
Tabelle 2: Aspekte in den Aufgaben aus Größen und Messen	38
Tabelle 3: Aspekte in den Aufgaben aus Größen und Messen	50
Tabelle 4: Aspekte in den Aufaaben aus Größen und Messen	65

### **Anhang**

### Übersicht der Aufgabenmerkmale im Basismodul

Aufgabe	Leitidee <sup>3</sup>	Allgemeine mathematische Kompetenzen <sup>4</sup>	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	AFB <sup>5</sup>	Kompetenz stufe
Aufgabe 1	Zahlen und Operationen	4.1; 4.2	in Kontexten rechnen (1.3)	I	1
Aufgabe 2	Zahlen und Operationen	1.1	die Grundaufgaben des Kopfrechnens (Einspluseins, Einmaleins, Zahlzerlegungen) gedächtnismäßig beherrschen, deren Umkehrungen sicher ableiten und diese Grundkenntnisse auf analoge Aufgaben in größeren Zahlenräumen übertragen (1.2.b)	I	II
Aufgabe 3	Zahlen und Operationen	3.1	Lösungen durch Überschlagsrechnungen und durch Anwenden der Umkehroperation kontrollieren (1.2.g)	II	I
Aufgabe 4	Zahlen und Operationen	2.1; 3.2	verschiedene Rechenwege vergleichen und bewerten; Rechenfehler finden, erklären und korrigieren (1.2.d)	II	III
Aufgabe 5	Zahlen und Operationen	3.1	das Ergebnis auf Plausibilität prüfen (1.3.b)	II	IV
Aufgabe 6	Zahlen und Operationen	1.1	mündliche und halbschriftliche Rechenstrategien verstehen und bei geeigneten Aufgaben anwenden (1.2.c)	I	III
Aufgabe 7	Größen und Messen	0	im Alltag gebräuchliche einfache Bruchzahlen im Zusammenhang mit Größen kennen und verstehen (4.1.e)	I	I

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> L1 = Zahlen und Operationen, L2 = Raum und Form, L3 = Muster und Strukturen, L4 = Größen und Messen, L5 = Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Siehe S. 123

 <sup>&</sup>lt;sup>5</sup> AFB: Anforderungsbereich
 I = Reproduzieren, II = Zusammenhänge herstellen, III = Verallgemeinern und Reflektieren

Aufgabe	Leitidee <sup>3</sup>	Allgemeine mathematische Kompetenzen <sup>4</sup>	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen		Kompetenz- stufe
Aufgabe 8	Größen und Messen	0	Standardeinheiten aus den Bereichen Geldwerte, Längen, Zeitspannen, Gewichte und Rauminhalte kennen (4.1.a);		I
			mit geeigneten Einheiten und unterschiedlichen Messgeräten sachgerecht messen (4.2.a)		
Aufgabe 9	Größen und Messen	4.1	Sachaufgaben mit Größen lösen (4.2.d)	II	II
Aufgabe 10	Größen und Messen	1.1	Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln) (4.1.d)	II	III
Aufgabe 11	Größen und Messen	1.1	Standardeinheiten aus den Bereichen Geldwerte, Längen, Zeitspannen, Gewichte und Rauminhalte kennen (4.1.a);	11	IV
			Sachaufgaben mit Größen lösen (4.2.d)		
Aufgabe 12	Größen und Messen	3.3	wichtige Bezugsgrößen aus der Erfahrungswelt zum Lösen von Sachproblemen heranziehen (4.2.b)	III	III
Aufgabe 13.1	Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit	4.1	aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen (5.1.b)	I	1
Aufgabe 13.2	Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit	4.1	aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen (5.1.b)	II	1
Aufgabe 14	Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit	5.3	aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen (5.1.b)	II	II
Aufgabe 15	Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit	3.3	Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten (z. B. bei Würfelspielen) einschätzen (5.2.b)	III	III
Aufgabe 16	Daten, Häufigkeit und	1.1; 4.1	Grundbegriffe kennen (z. B. sicher, unmöglich, wahrscheinlich) (5.2.a);		
	Wahrscheinlichkeit		Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten (z. B. bei Würfelspielen) einschätzen (5.2.b)		

Aufgabe	Leitidee <sup>3</sup>	Allgemeine mathematische Kompetenzen <sup>4</sup>	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	AFB <sup>5</sup>	Kompetenz- stufe
Aufgabe 17	Muster und Strukturen	3.2; 3.3	Gesetzmäßigkeiten in geometrischen und arithmetischen Mustern (z.B. in Zahlenfolgen oder strukturierten Aufgabenfolgen) erkennen, beschreiben und fortsetzen (3.1.b)	II	II
Aufgabe 18	Muster und Strukturen	1.3	Gesetzmäßigkeiten in geometrischen und arithmetischen Mustern (z.B. in Zahlenfolgen oder strukturierten Aufgabenfolgen) erkennen, beschreiben und fortsetzen (3.1.b)	II	IV
Aufgabe 19	Muster und Strukturen	1.3; 4.2	einfache Sachaufgaben zur Proportionalität lösen (3.2.c)	II	III
Aufgabe 20	Muster und Strukturen	4.1	funktionale Beziehungen in Sachsituationen erkennen, sprachlich beschreiben (z.B. Menge - Preis) und entsprechende Aufgaben lösen (3.2.a);	II	IV
			funktionale Beziehungen in Tabellen darstellen und untersuchen (3.2.b);		
			einfache Sachaufgaben zur Proportionalität lösen (3.2.c)		
Aufgabe 21	Raum und Form	2.3	Körper und ebene Figuren in der Umwelt wieder erkennen (2.2.b)	II	II
Aufgabe 22	Raum und Form	5.3	sich im Raum orientieren (2.1.c)	II	I
Aufgabe 23	Raum und Form	1.1	Eigenschaften der Achsensymmetrie erkennen, beschreiben und nutzen (2.3.b)	II	III
Aufgabe 24	Raum und Form	0	Zeichnungen mit Hilfsmitteln sowie Freihandzeichnungen anfertigen (2.2.d);	ı	V
			die Flächeninhalte ebener Figuren durch Zerlegen vergleichen und durch Auslegen mit Einheitsflächen messen (2.4.a)		
Aufgabe 25	Raum und Form	2.1	über räumliches Vorstellungsvermögen verfügen (1.2.a)	II	III
Aufgabe 26	Raum und Form	3.1	sich im Raum orientieren (2.1.c)	II	II

### Übersicht der Aufgabenmerkmale Ergänzungsmodul A (*Muster und Strukturen*, L1)

Aufgabe	Nr. im Modul	Allgemeine mathematische Kompetenzen	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	AFB <sup>6</sup>	Kompetenz- stufe	Did. Handreichungen Teil III, Seite
Aufgabe 27 in TH A1	1	eine Darstellung in eine andere übertragen (5.2)	arithmetische und geometrische Muster selbst entwickeln, systematisch verändern und beschreiben (3.1.c)	II	I	
Aufgabe 28 in TH A1	2	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)	funktionale Beziehungen in Sachsituationen erkennen, sprachlich beschreiben (z.B. Menge - Preis) und entsprechende Aufgaben lösen (3.2.a)	II	I	
Aufgabe 29 in TH A1	3	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3)	strukturierte Zahldarstellungen (z.B. Hunderter-Tafel) verstehen und nutzen (3.1.a)	II	1	
Aufgabe 30 in TH A1	4	Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z.B. systematisch probieren) (1.2)	über räumliches Vorstellungsvermögen verfügen (2.1.a); Gesetzmäßigkeiten in geometrischen und arithmetischen Mustern (z.B. in Zahlenfolgen oder strukturierten Aufgabenfolgen) erkennen, beschreiben und fortsetzen (3.1.b)	II	I	
Aufgabe 31 in TH A1	5	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3)	arithmetische und geometrische Muster selbst entwickeln, systematisch verändern und beschreiben (3.1.c)	II	II	
Aufgabe 32 in TH A1	6	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3)	funktionale Beziehungen in Tabellen darstellen und untersuchen (3.2.b)	II	II	

-

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> AFB: Anforderungsbereich

Aufgabe	Nr. im Modul	Allgemeine mathematische Kompetenzen	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	AFB <sup>6</sup>	Kompetenz- stufe	Did. Handreichungen Teil III, Seite
Aufgabe 33 in TH A1	7	mathematische Aussagen hinterfragen und auf Korrektheit prüfen (3.1)	Körper und ebene Figuren nach Eigenschaften sortieren und Fachbegriffe zuordnen (2.2.a); Gesetzmäßigkeiten in geometrischen und arithmetischen Mustern (z.B. in Zahlenfolgen oder strukturierten Aufgabenfolgen) erkennen, beschreiben und fortsetzen (3.1.b)	II	II	
Aufgabe 34 in TH A1	8	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3)	arithmetische und geometrische Muster selbst entwickeln, systematisch verändern und beschreiben (3.1.c)	II	III	
Aufgabe 35 in TH A1	9	Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z.B. systematisch probieren) (1.2)	über räumliches Vorstellungsvermögen verfügen (2.1.a); Gesetzmäßigkeiten in geometrischen und arithmetischen Mustern (z.B. in Zahlenfolgen oder strukturierten Aufgabenfolgen) erkennen, beschreiben und fortsetzen (3.1.b)	I	III	
Aufgabe 36 in TH A1	10	Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen (4.2)	funktionale Beziehungen in Sachsituationen erkennen, sprachlich beschreiben (z.B. Menge - Preis) und entsprechende Aufgaben lösen (3.2.a); Sachaufgaben mit Größen lösen (4.2.d)	III	IV	
Aufgabe 37 in TH A1	11	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3)	einfache Sachaufgaben zur Proportionalität lösen (3.2.c); Sachaufgaben mit Größen lösen (4.2.d)	II	III	
Aufgabe 38 in TH A1	12	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3)	Gesetzmäßigkeiten in geometrischen und arithmetischen Mustern (z.B. in Zahlenfolgen oder strukturierten Aufgabenfolgen) erkennen, beschreiben und fortsetzen (3.1.b)	II	I	

## Übersicht der Aufgabenmerkmale Ergänzungsmodul B (*Muster und Strukturen*, L1)

Aufgabe	Nr. im Modul	Allgemeine mathematische Kompetenzen	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	AFB	Kompetenz- stufe	Did. Hand- reichungen Teil III, Seite
Aufgabe 27 in TH B1	1	Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z. B. systematisch probieren) (1.2)	über räumliches Vorstellungsvermögen verfügen (2.1.a); Gesetzmäßigkeiten in geometrischen und arithmetischen Mustern (z.B. in Zahlenfolgen oder strukturierten Aufgabenfolgen) erkennen, beschreiben und fortsetzen (3.1.b)	II	I	
Aufgabe 28 in TH B1	2	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3); eigene Vorgehensweisen beschreiben, Lösungswege anderer verstehen und gemeinsam darüber reflektieren (2.1)	Gesetzmäßigkeiten in geometrischen und arithmetischen Mustern (z.B. in Zahlenfolgen oder strukturierten Aufgabenfolgen) erkennen, beschreiben und fortsetzen (3.1.b); arithmetische und geometrische Muster selbst entwickeln, systematisch verändern und beschreiben (3.1.c)	II	II	
Aufgabe 29 in TH B1	3	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3); Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen (4.1)	einfache Sachaufgaben zur Proportionalität lösen (3.2.c)	II	II	
Aufgabe 30 in TH B1	4	Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen (4.2)	einfache Sachaufgaben zur Proportionalität lösen (3.2.c); aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen (5.1.b)	II	II	
Aufgabe 31 in TH B1	5	für das Bearbeiten mathematischer Probleme geeignete Darstellungen	die vier Grundrechenarten und ihre Zusammenhänge verstehen (1.2.a);	II	III	

Aufgabe	Nr. im Modul	Allgemeine mathematische Kompetenzen	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	AFB	Kompetenz- stufe	Did. Hand- reichungen Teil III, Seite
		entwickeln, auswählen und nutzen (5.1)	funktionale Beziehungen in Tabellen darstellen und untersuchen (3.2.b)			
Aufgabe 32 in TH B1	6	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)	symmetrische Muster fortsetzen und selbst entwickeln (2.3.c); arithmetische und geometrische Muster selbst entwickeln, systematisch verändern und beschreiben (3.1.c)	II	IV	
Aufgabe 33 in TH B1	7	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3)	arithmetische und geometrische Muster selbst entwickeln, systematisch verändern und beschreiben (3.1.c)	II	IV	
Aufgabe 34 in TH B1	8	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3)	arithmetische und geometrische Muster selbst entwickeln, systematisch verändern und beschreiben (3.1.c)	II	IV	
Aufgabe 35 in TH B1	9	Begründungen suchen und nachvollziehen (3.3)	Gesetzmäßigkeiten in geometrischen und arithmetischen Mustern (z.B. in Zahlenfolgen oder strukturierten Aufgabenfolgen) erkennen, beschreiben und fortsetzen (3.1.b)	II	V	
Aufgabe 36 in TH B1	10	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3); mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden (2.2)	sich im Zahlenraum bis 1.000.000 orientieren (z. B. Zahlen der Größe nach ordnen, runden) (1.1.c); strukturierte Zahldarstellungen (z.B. Hunderter-Tafel) verstehen und nutzen (3.1.a)	II	V	
Aufgabe 37 in TH B1	11	Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen (4.2)	funktionale Beziehungen in Sachsituationen erkennen, sprachlich beschreiben (z.B. Menge - Preis) und entsprechende Aufgaben lösen (3.2.a)	II	III	

Aufgabe		Allgemeine mathematische Kompetenzen	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen		stufe	Did. Hand- reichungen Teil III, Seite
Aufgabe 38 in TH B1	12	Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z. B. systematisch probieren) (1.2)	Gesetzmäßigkeiten in geometrischen und arithmetischen Mustern (z.B. in Zahlenfolgen oder strukturierten Aufgabenfolgen) erkennen, beschreiben und fortsetzen (3.1.b)	II	11	

## Übersicht der Aufgabenmerkmale Ergänzungsmodul A (*Größen und Messen*, L2)

Aufgabe	Nr. im Modul	Allgemeine mathematische Kompetenzen	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	AFB	Kompetenz- stufe	Did. Hand- reichungen Teil III, Seite
Aufgabe 27 in TH A2 und Aufgabe 27 in TH B2	1	mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden (2.2)	mit geeigneten Einheiten und unterschiedlichen Messgeräten sachgerecht messen (4.2.a)	II	I	
Aufgabe 28 in TH A2	2	mathematische Aussagen hinterfragen und auf Korrektheit prüfen (3.1)	Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln) (4.1.d)	I	I	
Aufgabe 29 in TH A2	3	Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen (4.1)	Sachaufgaben mit Größen lösen (4.2.d); aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen (5.1.b)	II	II	
Aufgabe 30 in TH A2	4	Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen (4.1)	Sachaufgaben mit Größen lösen (4.2.d)	II	I	
Aufgabe 31 in TH A2	5	mathematische Aussagen hinterfragen und auf Korrektheit prüfen (3.1)	Repräsentanten für Standardeinheiten kennen, die im Alltag wichtig sind (4.1.c)	I	I	

Aufgabe	Nr. im Modul	Allgemeine mathematische Kompetenzen	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	AFB	Kompetenz- stufe	Did. Hand- reichungen Teil III, Seite
Aufgabe 32 in TH A2	6	Grundlegende Fertigkeiten (0)	Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln) (4.1.d)	I	II	
Aufgabe 33 in TH A2	7	Grundlegende Fertigkeiten (0)	Repräsentanten für Standardeinheiten kennen, die im Alltag wichtig sind (4.1.c)	I	I	
Aufgabe 34 in TH A2	8	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)	Größen vergleichen, messen und schätzen (4.1.b); aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen (5.1.b)	III	IV	
Aufgabe 35 in TH A2	9	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)	Größen vergleichen, messen und schätzen (4.1.b); Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln) (4.1.d)	II	III	
Aufgabe 36 in TH A2	10	Begründungen suchen und nachvollziehen (3.3)	Repräsentanten für Standardeinheiten kennen, die im Alltag wichtig sind (4.1.c)	II	V	
Aufgabe 37 in TH A2	11	Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z. B. systematisch probieren) (1.2)	Größen vergleichen, messen und schätzen (4.1.b)	II	III	
Aufgabe 38 in TH A2	12	Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen (4.1)	Größen vergleichen, messen und schätzen (4.1.b)	II	II	

# Übersicht der Aufgabenmerkmale Ergänzungsmodul B (Größen und Messen, L2)

Aufgabe	Nr. im Modul	Allgemeine mathematische Kompetenzen	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	AFB	Kompetenz- stufe	Did. Hand- reichungen Teil III, Seite
Aufgabe 27 in TH B2 und Aufgabe 27 in TH A2	1.1	mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden (2.2)	mit geeigneten Einheiten und unterschiedlichen Messgeräten sachgerecht messen (4.2.a)	II	I	
Aufgabe 28 in TH B2	2	Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen (4.2)	Sachaufgaben mit Größen lösen (4.2.d)	II	II	
Aufgabe 29.1 in TH B2	3.1	mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden (2.2)	Größen vergleichen, messen und schätzen (4.1.b)	I	I	
Aufgabe 29.2 in TH B2	3.2	mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden (2.2)	Größen vergleichen, messen und schätzen (4.1.b)	II	II	
Aufgabe 30 in TH B2	4	mathematische Zusammenhänge erkennen und Vermutungen entwickeln (3.2); Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen (4.1)	Größen vergleichen, messen und schätzen (4.1.b)	II	II	
Aufgabe 31 in TH B2	5	eine Darstellung in eine andere übertragen (5.2)	Repräsentanten für Standardeinheiten kennen, die im Alltag wichtig sind (4.1.c)	II	III	
Aufgabe 32 in TH B2	6	Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen (4.1)	die vier Grundrechenarten und ihre Zusammenhänge verstehen (1.2.a); Sachaufgaben mit Größen lösen (4.2.d)	II	IV	

Aufgabe	Nr. im Modul	Allgemeine mathematische Kompetenzen	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	AFB	Kompetenz- stufe	Did. Hand- reichungen Teil III, Seite
Aufgabe 33.1 in TH B2	7.1	Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z. B. systematisch probieren) (1.2)	einfache kombinatorische Aufgaben (z.B. Knobelaufgaben) durch Probieren bzw. systematisches Vorgehen lösen (1.3.e);	=	III	
			Repräsentanten für Standardeinheiten kennen, die im Alltag wichtig sind (4.1.c)			
Aufgabe 33.2 in TH B2	7.2	Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z. B. systematisch probieren) (1.2)	einfache kombinatorische Aufgaben (z.B. Knobelaufgaben) durch Probieren bzw. systematisches Vorgehen lösen (1.3.e);	II	IV	
			Repräsentanten für Standardeinheiten kennen, die im Alltag wichtig sind (4.1.c)			
Aufgabe 34 in TH B2	8	Begründungen suchen und nachvollziehen (3.3); Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen (4.1)	einfache Sachaufgaben zur Proportionalität Iösen (3.2.c); Sachaufgaben mit Größen lösen (4.2.d)	III	V	
Aufgabe 35 in TH B2	9	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)	im Alltag gebräuchliche einfache Bruchzahlen im Zusammenhang mit Größen kennen und verstehen (4.1.e)	II	V	
Aufgabe 36 in TH B2	10	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger	Größen vergleichen, messen und schätzen (4.1.b); aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen	III	IV	

Aufgabe	Nr. im Modul	Allgemeine mathematische Kompetenzen	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen	AFB	Kompetenz- stufe	Did. Hand- reichungen Teil III, Seite
		Aufgaben anwenden (1.1)	Informationen entnehmen (5.1.b)			
Aufgabe 37 in TH B2	11	Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen (4.2)	wichtige Bezugsgrößen aus der Erfahrungswelt zum Lösen von Sachproblemen heranziehen (4.2.b)	II	III	

### Anhang – Nummerierung der einzelnen Kompetenzen

In den "Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich" der KMK vom 15.10.2004 sind die einzelnen Kompetenzen nicht durchnummeriert aufgelistet. Aus diesem Grunde findet sich zur Erleichterung der praktischen Arbeit mit dem Material in Teil III hier eine nummerierte Auflistung, die optional verwendet und separat ausgedruckt werden kann.

#### Ergänzung der allgemeinen mathematischen Kompetenz Technische Grundfertigkeiten

In den "Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich" der KMK vom 15.10.2004 ist die allgemeine mathematische Kompetenz *Technische Grundfertigkeiten* noch nicht enthalten. Eine inhaltlich ähnlich beschriebene allgemeine mathematische Kompetenz findet sich allerdings bereits bei den Bildungsstandards für den Sekundarbereich ("Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen"). Mittlerweile wurden im Zuge der Entwicklung von Kompetenzstufenmodellen in Mathematik auch für den Primarbereich die allgemeinen mathematischen Kompetenzen durch die sechste Dimension der *Technischen Grundfertigkeiten* ergänzt, weil diese Dimension in den anderen allgemeinen mathematischen Kompetenzen nicht hinreichend abgedeckt schien (vgl. Winkelmann & Robitzsch, 2009). Ferner hat sich gezeigt, dass diese Dimension vor allem zur differenzierten Beschreibung der Aufgaben im unteren Leistungsbereich hilfreich ist. Die Ergänzung findet sich auf Seite 5 des "Kompetenzstufenmodells zu den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4)" vom 29.10.2008 unter

### http://www.iqb.hu-berlin.de/bista/dateien/Mathe\_primar.pdf.

Im Gegensatz zu den anderen allgemeinen mathematischen Kompetenzen ist diese Dimension allerdings dort nicht näher aufgeschlüsselt. Mit Bezug auf Winkelmann & Robitzsch (2009) lassen sich (analog zu den Standards für den Sekundarbereich) folgende Aspekte als technische Grundfertigkeiten subsumieren:

- Mit Zahlen, Rechenausdrücken arbeiten oder Berechnungen vornehmen, mit geometrischen Elementen arbeiten oder Berechnungen vornehmen
- symbolische und formale Sprache in Arithmetik und Geometrie verständig benutzen, in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt

• mathematische Werkzeuge (wie Zirkel, Geodreieck, Lineal) sinnvoll und verständig einsetzen

#### Literatur

Winkelmann, H. & Robitzsch, A. (2009). Modelle mathematischer Kompetenzen: Empirische Befunde zur Dimensionalität. In D. Granzer, O. Köller, A. Bremerich-Vos, M. van den Heuvel-Panhuizen, K. Reiss & G. Walther (Hrsg.), *Bildungsstandards Deutsch und Mathematik. Leistungsmessung in der Grundschule* (S. 169-196). Beltz.

Schipper, W. (2009). Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen. Schroedel.

Kennung	Beschreibung					
A-0	Technische Grundfertigkeiten					
	<ul> <li>Mit Zahlen, Rechenausdrücken arbeiten oder Berechnungen vornehmen, mit geometrischen Elementen arbeiten oder Berechnungen vornehmen</li> <li>symbolische und formale Sprache in Arithmetik und Geometrie verständig benutzen, in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt</li> <li>mathematische Werkzeuge (wie Zirkel, Geodreieck, Lineal) sinnvoll und verständig einsetzen</li> </ul>					
A-1	Problemlösen					
A-1.1	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden					
A-1.2	Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z.B. systematisch probieren)					
A-1.3	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen					
A-2	Kommunizieren					
A-2.1	eigene Vorgehensweisen beschreiben, Lösungswege anderer verstehen und gemeinsam darüber reflektieren					
A-2.2	mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden					
A-2.3	Aufgaben gemeinsam bearbeiten, dabei Verabredungen treffen und einhalten					
A-3	Argumentieren					
A-3.1	mathematische Aussagen hinterfragen und auf Korrektheit prüfen					
A-3.2	mathematische Zusammenhänge erkennen und Vermutungen entwickeln					
A-3.3	Begründungen suchen und nachvollziehen					
A-4	Modellieren					
A-4.1	Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen					
A-4.2	Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen					
A-4.3	zu Termen, Gleichungen und bildlichen Darstellungen Sachaufgaben formulieren					
A-5	Darstellen					
A-5.1	für das Bearbeiten mathematischer Probleme geeignete Darstellungen entwickeln, auswählen und nutzen					
A-5.2	eine Darstellung in eine andere übertragen					
A-5.3	Darstellungen miteinander vergleichen und bewerten					

Kennung	Beschreibung			
I-1	Zahlen und Operationen			
I-1.1	Zahldarstellungen und Zahlbeziehungen verstehen			
I-1.1.a	den Aufbau des dezimalen Stellenwertsystems verstehen			
	, in the second			
I-1.1.b	Zahlen bis 1.000.000 auf verschiedene Weise darstellen und zueinander in Beziehung setzen			
I-1.1.c	sich im Zahlenraum bis 1.000.000 orientieren (z.B. Zahlen der Größe nach ordnen, runden)			
I-1.2	Rechenoperationen verstehen und beherrschen			
I-1.2.a	die vier Grundrechenarten und ihre Zusammenhänge verstehen			
I-1.2.b	die Grundaufgaben des Kopfrechnens (Einspluseins, Einmaleins, Zahlzerlegungen) gedächtnismäßig beherrschen, deren Umkehrungen sicher ableiten und diese Grundkenntnisse auf analoge Aufgaben in größeren Zahlenräumen übertragen			
I-1.2.c	mündliche und halbschriftliche Rechenstrategien verstehen und bei geeigneten Aufgaben anwenden			
I-1.2.d	verschiedene Rechenwege vergleichen und bewerten; Rechenfehler finden, erklären und korrigieren			
I-1.2.e	Rechengesetze erkennen, erklären und benutzen			
I-1.2.f	schriftliche Verfahren der Addition, Subtraktion und Multiplikation verstehen, geläufig ausführen und bei geeigneten Aufgaben anwenden			
I-1.2.g	Lösungen durch Überschlagsrechnungen und durch Anwenden der Umkehroperation kontrollieren			
I-1.3	in Kontexten rechnen			
I-1.3.a	Sachaufgaben lösen und dabei die Beziehungen zwischen der Sache und den einzelnen Lösungsschritten beschreiben			
I-1.3.b	das Ergebnis auf Plausibilität prüfen			
I-1.3.c	bei Sachaufgaben entscheiden, ob eine Überschlagsrechnung ausreicht oder ein genaues Ergebnis nötig ist			
I-1.3.d	Sachaufgaben systematisch variieren			
I-1.3.e	einfache kombinatorische Aufgaben (z.B. Knobelaufgaben) durch Probieren bzw. systematisches Vorgehen lösen			
I-2	Raum und Form			
I-2.1	sich im Raum orientieren			
I-2.1.a	über räumliches Vorstellungsvermögen verfügen			
I-2.1.b	räumliche Beziehungen erkennen, beschreiben und nutzen (Anordnungen, Wege, Pläne, Ansichten)			
I-2.1.c	zwei- und dreidimensionale Darstellungen von Bauwerken (z.B. Würfelgebäuden) zueinander in Beziehung setzen (nach Vorlage bauen, zu Bauten Baupläne erstellen, Kantenmodelle und Netze untersuchen)			

I-2.2	geometrische Figuren erkennen, benennen und darstellen
I-2.2.a	Körper und ebene Figuren nach Eigenschaften sortieren und Fachbegriffe zuordnen
I-2.2.b	Körper und ebene Figuren in der Umwelt wieder erkennen
I-2.2.c	Modelle von Körpern und ebenen Figuren herstellen und untersuchen (Bauen, Legen, Zerlegen, Zusammenfügen, Ausschneiden, Falten)
I-2.2.d	Zeichnungen mit Hilfsmitteln sowie Freihandzeichnungen anfertigen
I-2.3	Einfache geometrische Abbildungen erkennen, benennen und darstellen
I-2.3.a	ebene Figuren in Gitternetzen abbilden (verkleinern und vergrößern)
I-2.3.b	Eigenschaften der Achsensymmetrie erkennen, beschreiben und nutzen
I-2.3.c	symmetrische Muster fortsetzen und selbst entwickeln
I-2.4	Flächen- und Rauminhalte vergleichen und messen
I-2.4.a	die Flächeninhalte ebener Figuren durch Zerlegen vergleichen und durch Auslegen mit Einheitsflächen messen
I-2.4.b	Umfang und Flächeninhalt von ebenen Figuren untersuchen
I-2.4.c	Rauminhalte vergleichen und durch die enthaltene Anzahl von Einheitswürfeln bestimmen
I-3	Muster und Strukturen
I-3.1	Gesetzmäßigkeiten erkennen, beschreiben und darstellen
I-3.1.a	strukturierte Zahldarstellungen (z.B. Hunderter-Tafel) verstehen und nutzen
I-3.1.b	Gesetzmäßigkeiten in geometrischen und arithmetischen Mustern (z.B. in Zahlenfolgen oder strukturierten Aufgabenfolgen) erkennen, beschreiben und fortsetzen
I-3.1.c	arithmetische und geometrische Muster selbst entwickeln, systematisch verändern und beschreiben
I-3.2	funktionale Beziehungen erkennen, beschreiben und darstellen
I-3.2.a	funktionale Beziehungen in Sachsituationen erkennen, sprachlich beschreiben (z.B. Menge - Preis) und entsprechende Aufgaben lösen
I-3.2.b	funktionale Beziehungen in Tabellen darstellen und untersuchen
I-3.2.c	einfache Sachaufgaben zur Proportionalität lösen
I-4	Größen und Messen
I-4.1	Größenvorstellungen besitzen
I-4.1.a	Standardeinheiten aus den Bereichen Geldwerte, Längen, Zeitspannen, Gewichte und Rauminhalte kennen
I-4.1.b	Größen vergleichen, messen und schätzen
I-4.1.c	Repräsentanten für Standardeinheiten kennen, die im Alltag wichtig sind
I-4.1.d	Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln)
I-4.1.e	im Alltag gebräuchliche einfache Bruchzahlen im Zusammenhang mit Größen kennen und verstehen
I-4.2	mit Größen in Sachsituationen umgehen
I-4.2.a	mit geeigneten Einheiten und unterschiedlichen Messgeräten sachgerecht messen
L	I

I-4.2.b	wichtige Bezugsgrößen aus der Erfahrungswelt zum Lösen von Sachproblemen heranziehen
I-4.2.c	in Sachsituationen angemessen mit Näherungswerten rechnen, dabei Größen begründet schätzen
I-4.2.d	Sachaufgaben mit Größen lösen
I-5	Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit
I-5.1	Daten erfassen und darstellen
I-5.1.a	in Beobachtungen, Untersuchungen und einfachen Experimenten Daten sammeln, strukturieren und in Tabellen, Schaubildern und Diagrammen darstellen
I-5.1.b	aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen
I-5.2	Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen in Zufallsexperimenten vergleichen
I-5.2.a	Grundbegriffe kennen (z. B. sicher, unmöglich, wahrscheinlich)
I-5.2.b	Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten (z. B. bei Würfelspielen) einschätzen